

ĐỖ QUANG VINH - VŨ VĂN THIÊN - TRẦN MINH TRIẾT
MAI THẾ TÂN - TRẦN TRUNG HIẾU - NGUYỄN DUY PHÚC - HÀ THẾ ĐỘ
TRƯƠNG TRỌNG HỮU - ĐẶNG HỮU TRÍ - LÊ ĐỨC THANH TÙNG



$$a^2 + b^2 = c^2$$



$$\sin x$$

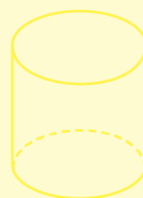
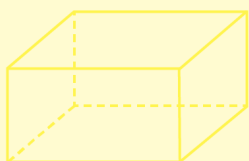


36 ĐỀ

$$\cos x$$

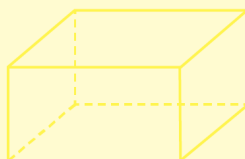
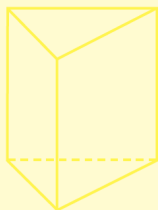
KIỂM TRA ĐỊNH KÌ

TOÁN



ĐÁP ÁN

$$\triangle ABC = \triangle DEF$$



NHÀ XUẤT BẢN
ĐẠI HỌC SƯ PHẠM TP HỒ CHÍ MINH

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ GIỮA HỌC KÌ I – ĐỀ SỐ 5

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8
Đáp án	B	B	C	B	A	D	D	A

PHẦN II. TỰ LUẬN

Bài 1.

a) $(3x-2)^2 - (x-4)^2 = 0$
 $(3x-2-x+4)(3x-2+x-4) = 0$
 $(2x+2)(4x-6) = 0$
 $2x+2=0$ hoặc $4x-6=0$
 $x=-1$ hoặc $x=\frac{3}{2}$
 Vậy nghiệm của phương trình là $x=-1$ và $x=\frac{3}{2}$.

b) $\frac{x+4}{x-4} - \frac{x-4}{x+4} = \frac{80}{x^2-16} \quad (x \neq \pm 4)$
 $\frac{(x+4)^2}{(x-4)(x+4)} - \frac{(x-4)^2}{(x-4)(x+4)} = \frac{80}{(x-4)(x+4)}$
 $(x+4)^2 - (x-4)^2 = 80$
 $x^2 + 8x + 16 - (x^2 - 8x + 16) = 80$
 $x^2 + 8x + 16 - x^2 + 8x - 16 = 80$
 $16x = 80$
 $x = 5$ (tm)

Vậy nghiệm của phương trình là $x = 5$.

c) $\begin{cases} 2x-3y=-5 \\ x+3y=11 \end{cases}$
 $\begin{cases} 3x=6 \\ x+3y=11 \end{cases}$
 $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là cặp số $(2;3)$.

Bài 2.

a) $\frac{2x-1}{3} \geq \frac{4x+2}{5}$
 $\frac{5 \cdot (2x-1)}{15} \geq \frac{3 \cdot (4x+2)}{15}$
 $5(2x-1) \geq 3(4x+2)$
 $10x-5 \geq 12x+6$
 $10x-12x \geq 6+5$
 $-2x \geq 11$

$$x \leq -\frac{11}{2}$$

b) Tổng chi phí cố định trong 1 năm (12 tháng) là $50\,000\,000 \cdot 12 = 600\,000\,000$ (đồng)

Gọi x là số đôi giày trung bình cửa hàng bán được trong mỗi tháng (đôi, $x \in \mathbb{N}^*$).

Tổng doanh thu trong 1 năm là $12x \cdot 200\,000 = 2\,400\,000x$ (đồng)

Lợi nhuận sau 1 năm là $2\,400\,000x - 600\,000\,000$ (đồng)

Để sau một năm lợi nhuận ít nhất 360 000 000 thì

$$2\,400\,000x - 600\,000\,000 \geq 360\,000\,000$$

$$2\,400\,000x \geq 960\,000\,000$$

$$x \geq 400$$

Vậy trung bình mỗi tháng cửa hàng phải bán được ít nhất 400 đôi giày mới đạt mục tiêu.

Bài 3.

Gọi x, y lần lượt là chiều dài, chiều rộng của mảnh vườn (m, $x > 0, y > 0$).

Vì chu vi mảnh vườn là 34 m nên ta có phương trình $x + y = 17$ (1)

Nếu tăng chiều dài thêm 3 m và tăng chiều rộng thêm 2 m thì diện tích tăng thêm 45 m^2 nên ta có phương trình $(x+3)(y+2) = xy + 45$ hay $2x + 3y = 39$ (2)

Từ (1), (2) ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y = 17 \\ 2x + 3y = 39 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được $x = 12$ (tm), $y = 5$ (tm).

Vậy chiều dài mảnh vườn là 12 m, chiều rộng mảnh vườn là 5 m.

Bài 4.

Độ dài thang máy từ tầng 1 lên tầng 2 là đoạn AB .

Xét $\triangle AHB$ vuông tại H ta có $\sin B = \frac{AH}{AB}$ suy ra $AB = \frac{AH}{\sin B} = \frac{4,2}{\sin 35^\circ}$ (m)

Vì thang máy có tốc độ là 0,65 m/s nên thời gian để một người đi chuyển từ tầng 1 lên tầng 2 bằng thang cuốn là: $\frac{AB}{0,65} = \frac{4,2}{0,65 \cdot \sin 35^\circ} \approx 11,3$ (giây).

Bài 5.

a) Xét $\triangle ABC$ vuông tại A , ta có:

$$AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$$

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{6}{10} \text{ suy ra } \widehat{ABC} \approx 53^\circ$$

$$\widehat{ACB} = 90^\circ - \widehat{ABC} = 90^\circ - 53^\circ \approx 37^\circ$$

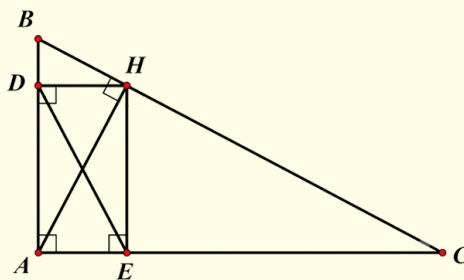
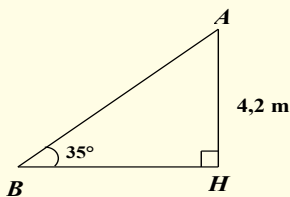
b) Xét $\triangle AHB$ vuông tại H ta có $\sin B = \frac{AH}{AB}$ hay $\sin^2 B = \left(\frac{AH}{AB}\right)^2$.

$\triangle ABC$ vuông tại A nên $\widehat{B} + \widehat{C} = 90^\circ$ do đó $\cos B = \sin C$, suy ra $\cos^2 B = \sin^2 C$.

Xét $\triangle AHC$ vuông tại H ta có $\sin C = \frac{AH}{AC}$ suy ra $\sin^2 C = \left(\frac{AH}{AC}\right)^2$.

$$\text{Do đó } S_{ABC} \cdot \sin^2 B \cdot \cos^2 B = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \frac{AH^2}{AC^2} \cdot \frac{AH^2}{AB^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{AH^2}{AC} \cdot \frac{AH^2}{AB} \quad (1)$$

Xét $\triangle ADH$ vuông tại D và $\triangle AHB$ vuông tại H có $\widehat{BAH}$ chung nên $\triangle ADH$ đồng dạng với $\triangle AHB$ suy ra $\frac{AD}{AH} = \frac{AH}{AB}$ do đó $AH^2 = AD \cdot AB$ (2)



Chứng minh tương tự ta có $AH^2 = AE.AC(3)$

Từ (1), (2) và (3) ta có

$$S_{ABC} \cdot \sin^2 B \cdot \cos^2 B = \frac{1}{2} \cdot \frac{AH^2}{AC} \cdot \frac{AH^2}{AB} = \frac{1}{2} \cdot \frac{AE.AC}{AC} \cdot \frac{AD.AB}{AB} = \frac{1}{2} \cdot AD.AE = S_{ADE} \text{ (đpcm)}$$

Bài 6.

Điều kiện $0 < x < 20$, đổi $2 \text{ m} = 200 \text{ cm}$.

Thể tích của máng nước là $V = x \cdot (40 - 2x) \cdot 200 = (-2x^2 + 40x) \cdot 200 \text{ (cm}^3\text{)}$.

Do đó thể tích máng nước lớn nhất khi $-2x^2 + 40x$ đạt giá trị lớn nhất.

Ta có $-2x^2 + 40x = -2(x^2 - 20x) = -2[(x - 10)^2 - 100] = -2(x - 10)^2 + 200 \leq 200 \forall x$

Dấu bằng xảy ra khi $x - 10 = 0$ hay $x = 10 \text{ (tm)}$.

Vậy chiều cao của máng nước là $x = 10 \text{ cm}$ thì thể tích máng nước là lớn nhất.

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ GIỮA HỌC KÌ I – ĐỀ SỐ 6

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8
Đáp án	D	D	A	D	C	C	B	C

PHẦN II. TỰ LUẬN

Bài 1.

a) $(x + 4)(3x - 2) = 0$

$$x + 4 = 0 \text{ hay } 3x - 2 = 0$$

$$x = -4 \text{ hay } x = \frac{2}{3}$$

b) $\frac{3}{x-2} + \frac{x}{x+2} = \frac{x^2 + 8x}{(x-2)(x+2)}$, Điều kiện xác định: $x \neq 2$ và $x \neq -2$.

$$3(x+2) + x(x-2) = x^2 + 8x$$

$$3x + 6 + x^2 - 2x = x^2 + 8x$$

$$3x + 6 + x^2 - 2x - x^2 - 8x = 0$$

$$-7x + 6 = 0$$

$$x = \frac{6}{7} \text{ (nhận)}$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = \frac{6}{7}$.

c) $\begin{cases} 4x - 3y = 9 \\ x + 3y = 6 \end{cases}$

$$\begin{cases} 5x = 15 \\ x + 3y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ 3 + 3y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm: $\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$.

Bài 2.

a) Giải bất phương trình: $3x - 6 > 0$

$$3x > 6$$

$$x > 2$$

b) Bất phương trình biểu diễn theo x là:

$$8000 \cdot x + 35000 + 20000 \leq 200\,000$$

$$8000x + 55\,000 \leq 200\,000$$

Bài 3.

Gọi x (đồng) là giá của mặt hàng A, y (đồng) là giá của mặt hàng B (điều kiện: $x, y > 0$).

Nếu tăng giá mặt hàng A thêm 10% và mặt hàng B thêm 20% thì người đó phải trả 232 000, thì ta có phương trình:

$$110\%x + 120\%y = 232\,000$$

Nếu giảm giá cả hai mặt hàng là 10% thì người đó phải trả tất cả 180 000, thì ta có phương trình:

$$90\%x + 90\%y = 180\,000$$

Vậy ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 110\%x + 120\%y = 232\,000 \\ 90\%x + 90\%y = 180\,000 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 80\,000 \\ y = 120\,000 \end{cases}$$

Vậy giá của mặt hàng A là 80 000 đồng, mặt hàng B là 120 000 đồng.

Bài 4.

AB : là quãng đường bay

BH : là độ cao máy bay

$\hat{A}$: là góc tạo bởi đường bay với mặt đất

Đổi $1,2 \text{ phút} = \frac{1}{50} \text{ giờ}$.

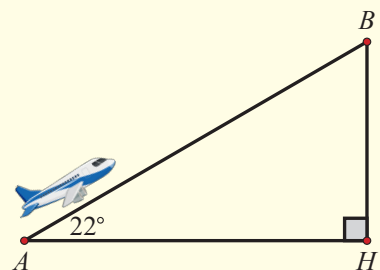
Quãng đường bay AB là: $300 \cdot \frac{1}{50} = 6 \text{ (km)} = 6000 \text{ (m)}$

Xét $\triangle ABH$ vuông tại H , ta có:

$$\sin A = \frac{BH}{AB}$$

Suy ra $BH = AB \cdot \sin A = 6\,000 \cdot \sin 22^\circ \approx 2248 \text{ (m)}$

Vậy độ cao máy bay đạt được khoảng 2248(m).



Bài 5.

- a) Xét $\triangle ABC$ vuông tại A , ta có

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \text{ (Định lý Pythagore)}$$

$$BC^2 = 10^2 + 24^2 = 676$$

$$BC = \sqrt{676} = 26 \text{ (cm)}$$

$$\sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{24}{26} = \frac{12}{13}$$

- b) Xét $\triangle ABH$ và $\triangle CBA$ có:

$$\widehat{AHB} = \widehat{BAC} = 90^\circ$$

$$\widehat{ABC} \text{ là góc chung}$$

$$\text{Vậy } \triangle ABH \sim \triangle CBA \text{ (g - g)}$$

$$\text{Suy ra } \frac{AB}{CB} = \frac{BH}{BA} \text{ do đó } AB^2 = BH \cdot BC.$$

$$\text{Xét } \triangle ABH \text{ và } \triangle CAH \text{ có:}$$

$$\widehat{AHB} = \widehat{CHA} = 90^\circ$$

$$\widehat{ABH} = \widehat{CAH} \text{ (cùng phụ } \widehat{ACB} \text{)}$$

$$\text{Vậy } \triangle ABH \sim \triangle CAH \text{ (g - g).}$$

$$\text{Suy ra } \frac{AH}{CH} = \frac{BH}{AH} \text{ do đó } AH^2 = BH \cdot CH.$$

- c) Gọi K là giao điểm của AC và HE .

$$\text{Vì } \triangle ABH \sim \triangle CAH \text{ (cmt)}$$

$$\text{Nên } \frac{AB}{CA} = \frac{BH}{AH}$$

$$\frac{2AB}{CA} = \frac{BH}{\frac{1}{2}AH}$$

$$\frac{BE}{CA} = \frac{BH}{AM}$$

$$\text{Xét } \triangle BHE \text{ và } \triangle AMC \text{ có:}$$

$$\widehat{EBH} = \widehat{CAM} \text{ (cùng phụ } \widehat{ACB} \text{)}$$

$$\frac{BE}{CA} = \frac{BH}{AM}$$

$$\text{Vậy } \triangle BHE \sim \triangle AMC \text{ (c - g - c)}$$

$$\text{Nên } \widehat{ACM} = \widehat{BEH}$$

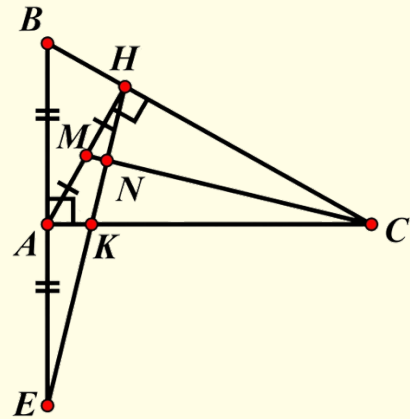
$$\text{Lại có } \widehat{CKN} = \widehat{AKE} \text{ (2 góc đối đỉnh)}$$

$$\text{Nên } \widehat{ACM} + \widehat{CKN} = \widehat{BEH} + \widehat{AKE}$$

$$\widehat{ACM} + \widehat{CKN} = 90^\circ \text{ (Vì: } \widehat{BEH} + \widehat{AKE} = 90^\circ \text{, do } \triangle AEK \text{ vuông tại } A \text{)}$$

$$\text{Hay } \widehat{CNK} = 90^\circ$$

$$\text{Vậy } CM \perp HE \text{ tại } N.$$



HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ GIỮA HỌC KÌ I – ĐỀ SỐ 7

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8
Đáp án	D	A	B	B	D	C	C	A

PHẦN II. TỰ LUẬN

Bài 1.

a) $x^2 - 16 = 3x(x - 4)$

$$(x - 4)(x + 4) - 3x(x - 4) = 0$$

$$(x - 4)(x + 4 - 3x) = 0$$

$$(x - 4)(-2x + 4) = 0$$

$$x - 4 = 0 \text{ hay } -2x + 4 = 0$$

$$x = 4 \text{ hay } x = 2$$

Vậy phương trình có nghiệm là $x = 4; x = 2$.

b) $\frac{2}{x+3} + \frac{4}{x-5} = \frac{7x-4}{(x+3)(x-5)}$ (ĐKXĐ: $x \neq -3; x \neq 5$)

$$\frac{2(x-5) + 4(x+3)}{(x+3)(x-5)} = \frac{7x-4}{(x+3)(x-5)}$$

$$2x - 10 + 4x + 12 = 7x - 4$$

$$2x + 4x - 7x = -4 + 10 - 12$$

$$-x = -6$$

$$x = 6 \text{ (n)}$$

Vậy phương trình có nghiệm là $x = 6$.

c) $\begin{cases} x - 3y = -1 \\ -x + y = 5 \end{cases}$

$$\begin{cases} -2y = 4 \\ -x + y = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 4 : (-2) = -2 \\ -x + (-2) = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -7 \\ y = -2 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(-7; -2)$.

Bài 2.

a) $8x + 17 - 3(2x + 3) \leq 10(2 - x)$

$$8x + 17 - 6x - 9 \leq 20 - 10x$$

$$8x - 6x + 10x \leq 20 - 17 + 9$$

$$12x \leq 12$$

$$x \leq 1$$

Vậy bất phương trình có nghiệm là $x \leq 1$.

b) Gọi x là số câu trả lời đúng của Toàn ($x \in \mathbb{N}^*$)

Số câu trả lời sai của Toàn là $25 - x$.

Theo đề, ta có bất phương trình: $4x - 1 \cdot (25 - x) \geq 82$ nên $x \geq 21,4$

Vậy bạn Toàn trả lời đúng ít nhất $21 + 1 = 22$ câu.

Bài 3.

Gọi x, y (đồng) lần lượt là giá niêm yết của một quạt điện và một bàn ủi ($0 < x; y < 900000$)

Tổng số tiền theo giá niêm yết của hai sản phẩm là 900000 đồng, nên ta có phương trình:

$$x + y = 900000 \quad (1)$$

Tổng số tiền của hai sản phẩm sau khi giảm giá là 780000 đồng, nên ta có phương trình:

$$(100\% - 15\%)x + (100\% - 10\%)y = 780000 \quad \text{hay} \quad 0,85x + 0,9y = 780000 \quad (2)$$

Từ (1), (2) ta được hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y = 900000 \\ 0,85x + 0,9y = 780000 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình trên ta được
$$\begin{cases} x = 600000 \\ y = 300000 \end{cases} \quad (\text{nhận}).$$

Vậy giá niêm yết của một cái quạt điện là 600000 đồng và cái bàn ủi là 300000 đồng.

Bài 4.

Xét $\triangle ACD$ vuông tại C có: $AC = DC \cdot \cot 28^\circ \quad (1)$

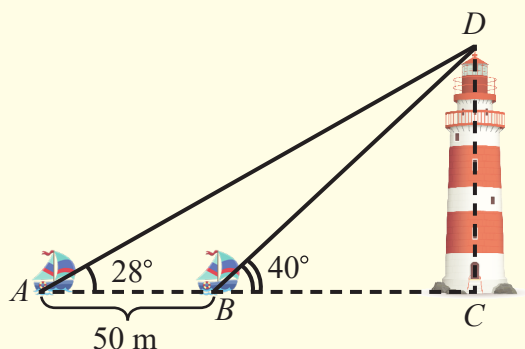
Xét $\triangle BCD$ vuông tại C có: $BC = DC \cdot \cot 40^\circ \quad (2)$

Lấy (1) - (2), ta được:

$$AB = AC - BC = DC \cdot (\cot 28^\circ - \cot 40^\circ)$$

$$\text{Suy ra } DC = 50 : \left(\frac{1}{\tan 28^\circ} - \frac{1}{\tan 40^\circ} \right) \approx 73 \text{ m}$$

Vậy chiều cao của ngọn hải đăng khoảng 73 m.



Bài 5.

a) Xét $\triangle ADC$ vuông tại D có

$$AC^2 = AD^2 + DC^2 \quad (\text{định lý Pythagore})$$

$$AC = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15 \text{ cm.}$$

$$\text{Lại có: } S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2} DH \cdot AC = \frac{1}{2} AD \cdot DC \quad \text{suy ra } DH \cdot AC = AD \cdot DC \quad (*)$$

$$\text{Thế } AD = 9 \text{ cm; } DC = 12 \text{ cm vào } (*) \text{ ta được } DH \cdot 15 = 9 \cdot 12 \quad \text{hay } DH = \frac{9 \cdot 12}{15} = 7,2 \text{ cm.}$$

b) Xét $\triangle AHD$ và $\triangle ADC$ có:

$$\begin{cases} \widehat{DAC} \text{ chung} \\ \widehat{AHD} = \widehat{ADC} = 90^\circ \end{cases}$$

Suy ra $\triangle AHD \sim \triangle ADC$ (g - g)

$$\text{Suy ra } \frac{AD}{AC} = \frac{AH}{AD} \quad (\text{tỉ số đồng dạng}) \quad \text{nên } AC \cdot AH = AD^2.$$

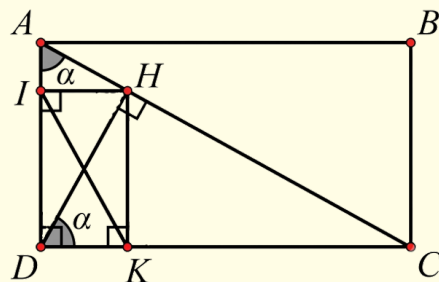
Lại có $ABCD$ là hình chữ nhật nên $AD = BC$ (tính chất)

$$\text{Do đó } BC^2 = AC \cdot AH \quad (\text{đpcm})$$

c) Xét $\triangle DIH$ và $\triangle DHA$ có:

$$\begin{cases} \widehat{ADH} \text{ chung} \\ \widehat{DIH} = \widehat{DHA} = 90^\circ \end{cases}$$

Suy ra $\triangle DIH \sim \triangle DHA$ (g - g)



Suy ra $\frac{DI}{DH} = \frac{DH}{DA}$ nên $DH^2 = DI \cdot DA$ (1)

Xét $\triangle DKH$ và $\triangle DHC$ có:

$$\begin{cases} \widehat{HDC} \text{ chung} \\ \widehat{DKH} = \widehat{DHC} = 90^\circ \end{cases}$$

Suy ra $\triangle DKH \sim \triangle DHC$ (g - g)

Suy ra $\frac{DK}{DH} = \frac{DH}{DC}$ nên $DH^2 = DK \cdot DC$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $DI \cdot DA = DK \cdot DC (= DH^2)$

Xét $\triangle DCA$ và $\triangle DIK$ có:

$$\begin{cases} \widehat{ADC} \text{ chung} \\ \frac{DA}{DK} = \frac{DC}{DI} \quad (DI \cdot DA = DK \cdot DC) \end{cases}$$

Suy ra $\triangle DCA \sim \triangle DIK$ (c-g-c)

Suy ra $\frac{CA}{IK} = \frac{DA}{DK} = \frac{DC}{DI}$

Mà $S_{\triangle BAC} = S_{\triangle DCA}$, $DIHK$ là hình chữ nhật nên $IK = DH$ (tính chất 2 đường chéo hình chữ nhật)

Do đó: $\frac{S_{\triangle BAC}}{S_{\triangle DIK}} = \frac{S_{\triangle DCA}}{S_{\triangle DIK}} = \left(\frac{CA}{IK}\right)^2 = \left(\frac{CA}{DH}\right)^2 = \frac{CA^2}{DH^2}$ (3)

Hơn nữa: $\left(\frac{1}{\sin \alpha}\right)^2 + \left(\frac{1}{\cos \alpha}\right)^2 = \frac{1}{\sin^2 \alpha} + \frac{1}{\cos^2 \alpha} = \frac{AD^2}{DH^2} + \frac{DC^2}{DH^2} = \frac{AC^2}{DH^2}$ (4)

Từ (3) và (4) suy ra $\frac{S_{\triangle BAC}}{S_{\triangle DIK}} = \left(\frac{1}{\sin \alpha}\right)^2 + \left(\frac{1}{\cos \alpha}\right)^2$ (đpcm)

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ GIỮA HỌC KÌ I - ĐỀ SỐ 8

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8
Đáp án	A	D	A	C	B	B	D	A

PHẦN II. TỰ LUẬN

Bài 1.

a) $x^2 - 2025 + 4x(x - 45) = 0$

$$(x - 45)(x + 45) + 4x(x - 45) = 0$$

$$(x - 45)(x + 45 + 4x) = 0$$

$$(x - 45)(5x + 45) = 0$$

$$x - 45 = 0 \text{ hay } 5x + 45 = 0$$

$$x = 45 \text{ hay } x = -9$$

Vậy phương trình có nghiệm là $x = 45; x = -9$.

b) $\frac{3}{x-4} + \frac{5}{x+4} = \frac{2x-7}{x^2-16}$ (ĐKXĐ: $x \neq \pm 4$)

$$\frac{3(x+4)}{(x-4)(x+4)} + \frac{5(x-4)}{(x-4)(x+4)} = \frac{2x-7}{(x-4)(x+4)}$$

$$3(x+4) + 5(x-4) = 2x-7$$

$$3x+12+5x-20 = 2x-7$$

$$6x = -7-12+20$$

$$x = \frac{1}{6}(n)$$

Vậy phương trình có nghiệm là $x = \frac{1}{6}$.

$$c) \begin{cases} 4x-9y=2025 \\ -4x+6y+2026=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x-9y=2025 \\ -4x+6y=-2026 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3y=-1 \\ 4x-9y=2025 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=\frac{1}{3} \\ 4x-9\cdot\frac{1}{3}=2025 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=\frac{1}{3} \\ 4x=2028 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=507 \\ y=\frac{1}{3} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $\left(507; \frac{1}{3}\right)$.

Bài 2.

$$a) \frac{3x+5}{2} \geq 1+x + \frac{x+2}{3}$$

$$\frac{3(3x+5)}{6} \geq \frac{6}{6} + \frac{6x}{6} + \frac{2(x+2)}{6}$$

$$9x+15 \geq 6+6x+2x+4$$

$$9x-6x-2x \geq 6+4-15$$

$$x \geq -5$$

Vậy bất phương trình có nghiệm là $x \geq -5$.

b) Gọi x (điểm) là số điểm lượt bắn cuối cùng ($x \in \mathbb{N}^*$)

$$\text{Theo đề bài, ta có bất phương trình: } \frac{9,5+7,5+8\cdot 2+x\cdot 2}{6} \geq 8,5$$

$$33+2x \geq 51$$

$$x \geq 9$$

Vậy lượt cuối học viên này cần đạt ít nhất 9 điểm.



Bài 3.

Gọi x, y (quyển) số sách đóng góp làm thư viện của lớp 9A và 9B ($x, y \in \mathbb{N}^*$).

Lớp 9A đóng góp số sách ít hơn lớp 9B là 19 quyển sách, nên ta có phương trình: $-x + y = 19$ (1)

Vì 5 lần số lượng sách đóng góp của lớp 9A nhiều hơn 4 lần số lượng sách đóng góp của lớp 9B là 5 quyển sách, nên ta có phương trình: $5x - 4y = 5$ (2)

Từ (1), (2) ta được hệ phương trình
$$\begin{cases} -x + y = 19 \\ 5x - 4y = 5 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được
$$\begin{cases} x = 81 \\ y = 100 \end{cases} \quad (\text{nhận})$$

Vậy số sách đóng góp làm thư viện của lớp 9A và 9B lần lượt là 81 quyển và 100 quyển.

Bài 4.

Ta có: $ADCB$ là hình chữ nhật nên $CD = AB = 10$ m.

Xét $\triangle ACD$ vuông tại D có: $AD = DC \cdot \tan 10^\circ = 10 \cdot \tan 10^\circ$

Xét $\triangle ECD$ vuông tại D có: $ED = DC \cdot \tan 55^\circ = 10 \cdot \tan 55^\circ$

Do đó $AE = AD + ED = 10 \cdot \tan 10^\circ + 10 \cdot \tan 55^\circ \approx 16$.

Vậy chiều cao AE của tháp khoảng 16 m.

Bài 5.

a) Xét $\triangle BHK$ và $\triangle BKA$ có:

$$\begin{cases} \widehat{ABK} \text{ chung} \\ \widehat{BHK} = \widehat{BKA} = 90^\circ \end{cases}$$

Suy ra $\triangle BHK \sim \triangle BKA$ (g.g)

Suy ra $\frac{BH}{BK} = \frac{BK}{BA}$ nên $BK^2 = BH \cdot BA$ (đpcm)

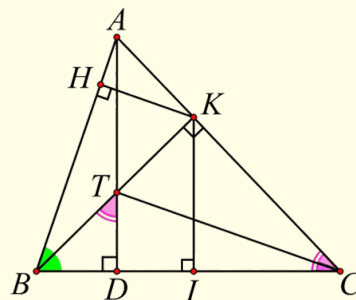
b) Ta có: $\widehat{KCI} + \widehat{CKI} = 90^\circ$ (do $\triangle KIC$ vuông tại I)

Mà $\widehat{BKI} + \widehat{CKI} = 90^\circ$ (do $\triangle BKC$ vuông tại K) nên $\widehat{KCI} = \widehat{BKI}$

Xét $\triangle KIC$ vuông tại I có $\tan \widehat{ACB} = \tan \widehat{KCI} = \frac{KI}{CI}$.

Xét $\triangle BIK$ vuông tại I có $\tan \widehat{ACB} = \tan \widehat{BKI} = \frac{BI}{KI}$.

Do đó $\tan^2 \widehat{ACB} = \frac{KI}{CI} \cdot \frac{BI}{KI} = \frac{BI}{CI}$ nên $BI = CI \cdot \tan^2 \widehat{ACB}$ (đpcm)



c) Ta có:
$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle TBC}} = \frac{\frac{1}{2} AD \cdot BC}{\frac{1}{2} TD \cdot BC} = \frac{AD}{TD} \quad (1)$$

Lại có: $\widehat{KCB} + \widehat{KBC} = 90^\circ$ (do $\triangle BKC$ vuông tại K)

Mà $\widehat{KBC} + \widehat{BTD} = 90^\circ$ (do $\triangle BDT$ vuông tại D)

Nên $\widehat{KCB} = \widehat{BTD}$

Hơn nữa, $\tan \alpha = \frac{AD}{BD}$ và $\tan \beta = \tan \widehat{BTD} = \frac{BD}{TD}$.

Do đó: $\tan \alpha \cdot \tan \beta = \frac{AD}{BD} \cdot \frac{BD}{TD} = \frac{AD}{TD} \quad (2)$

Từ (1) và (2) cho ta $\tan \alpha \cdot \tan \beta = \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle TBC}}$ (đpcm)

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ GIỮA HỌC KÌ I – ĐỀ SỐ 9

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8
Đáp án	B	D	A	B	C	A	A	B

PHẦN II. TỰ LUẬN

Bài 1.

a) $(2x-3) \cdot (8+4x) = 0$

$$2x-3=0 \text{ hoặc } 8+4x=0$$

$$x = \frac{3}{2} \text{ hoặc } x = -2$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = \frac{3}{2}$ hoặc $x = -2$.

b) $\frac{x}{x+1} - \frac{2x-2}{x-1} = \frac{5-x^2}{x^2-1}$ (điều kiện xác định $x \neq \pm 1$)

$$x(x-1) - (2x-2)(x+1) = 5-x^2$$

$$x^2 - x - 2x^2 - 2x + 2x + 2 = 5 - x^2$$

$$-x = 3$$

$$x = -3 \text{ (nhận)}$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = -3$.

c)
$$\begin{cases} 5x-3y=4 \\ 2x+6y=16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10x-6y=8 \\ 2x+6y=16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 12x=24 \\ 2x+6y=16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình đã cho là $(2; 2)$.

Bài 2.

a) $3x-12 \geq 9$

$$3x \geq 21$$

$$x \geq 7$$

b) Gọi số tiền gia đình ông Bình gửi tiết kiệm là x (đồng, $x > 0$).

Lãi suất là 6,2%/năm nên sau 1 năm số tiền lãi là: 6,2%. $x = 0,062x$.

Theo đề bài, số tiền lãi sau 1 năm ít nhất là 50 triệu đồng nên ta có:

$$0,062x \geq 50\,000\,000$$

$$\text{Suy ra: } x \geq \frac{50\,000\,000}{0,062} \approx 806451613$$

$x \approx 806$ triệu đồng

Vậy gia đình ông Bình cần gửi tiết kiệm ít nhất khoảng 806 triệu đồng.

Bài 3. $\triangle BDC$ vuông có: $BD = BC \cdot \tan C = 24 \cdot \tan 7^\circ 8'$

$\triangle ABC$ vuông có: $AB = BC \cdot \cot A = 24 \cdot \cot 40^\circ$

Vậy chiều cao thân tượng đài: $AD = AB - BD = 24 \cdot \cot 40^\circ - 24 \cdot \tan 7^\circ 8' \approx 26$ m.

Bài 4.

Gọi số bút loại A và loại B đã bán lần lượt là x (chiếc) và y (chiếc). ($x > 0, y > 0$)

Vì tổng số bút đã bán là 80 bút, ta có phương trình $x + y = 80$ (1)

Vì giá mỗi bút loại A là 12 000 đồng, mỗi bút loại B là 16 000 đồng và thu được 1 120 000 đồng. Ta có phương trình $12000x + 16000y = 1120000$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y = 80 \\ 12000x + 16000y = 1120000 \end{cases}$$

Giải hệ ta được $x = 40, y = 40$ (nhận)

Vậy số bút bị bán ra là 40 chiếc mỗi loại.

Bài 5.

a) $\triangle ABH$ vuông tại H có

$$\sin \widehat{ABH} = \frac{AH}{AB}$$

$$AH = AB \cdot \sin \widehat{ABH} = 6 \cdot \sin 50^\circ \approx 4,6 \text{ cm}$$

b) $\triangle ABC$ vuông tại A nên $\widehat{ACB} = 90^\circ - \widehat{ABC} = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$

$$\triangle AHC \text{ vuông tại } H \text{ nên } \tan \widehat{ACH} = \frac{AH}{HC}$$

$$HC = \frac{AH}{\tan \widehat{ACH}} = \frac{4,6}{\tan 40^\circ} \approx 5,5 \text{ cm}$$

c) Xét $\triangle AEH$ và $\triangle AHB$ có:

$\widehat{A}$ chung

$$\widehat{AEH} = \widehat{AHB} = 90^\circ$$

Suy ra $\triangle AEH \sim \triangle AHB$ (g-g)

$$\text{Do đó } \frac{AE}{AH} = \frac{AH}{AB} \text{ suy ra } AH^2 = AE \cdot AB \text{ nên } AE = \frac{AH^2}{AB} \quad (1)$$

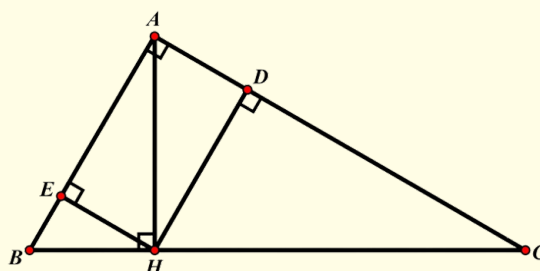
$$\text{Chứng minh tương tự } AD = \frac{AH^2}{AC} \quad (2)$$

$$\text{Lấy (1) - (2), ta được: } AE - AD = AH^2 \left(\frac{1}{AB} - \frac{1}{AC} \right) = \frac{AH^2 (AC - AB)}{AB \cdot AC} \quad (3)$$

$$\text{Ta lại có } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AH \cdot BC = \frac{1}{2} AB \cdot AC$$

$$\text{Suy ra } AB \cdot AC = AH \cdot BC \quad (4)$$

$$\text{Từ (3) và (4) suy ra } AE - AD = \frac{AH \cdot (AC - AB)}{BC}.$$



HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ CUỐI HỌC KÌ I – ĐỀ SỐ 5

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8
Đáp án	C	B	B	A	D	B	C	A

PHẦN II. TỰ LUẬN

Bài 1.

a) Ta có $A = \sqrt{(3-2\sqrt{2})^2} + \sqrt[3]{64} = |3-2\sqrt{2}| + \sqrt[3]{4^3} = 3-2\sqrt{2} + 4 = 7-2\sqrt{2}$

b) Ta có $B = \frac{6}{\sqrt{3}-1} - \sqrt{4-2\sqrt{3}} = \frac{6(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} - \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}$
 $= \frac{6(\sqrt{3}+1)}{3-1} - |\sqrt{3}-1| = 3 \cdot (\sqrt{3}+1) - (\sqrt{3}-1) = 3\sqrt{3} + 3 - \sqrt{3} + 1 = 4 + 2\sqrt{3}.$

Bài 2.

a) Để biểu thức $P = \sqrt{x-3} + \sqrt{5-x}$ xác định, ta cần: $x-3 \geq 0$ và $5-x \geq 0$

Suy ra $x \geq 3$ và $x \leq 5$

Vậy điều kiện xác định của biểu thức là: $3 \leq x \leq 5$

b) $Q = \sqrt{x^2+6x+9} + \sqrt{x^2-4x+4} = \sqrt{(x+3)^2} + \sqrt{(x-2)^2} = |x+3| + |x-2|$

Vì $-3 < x < 2$ nên $x+3 > 0$ và $x-2 < 0$.

Khi đó $Q = x+3 - (x-2)$

$Q = 5.$

c) Theo đề bài, ta có: $15 = \sqrt{9^2 + x^2}$

$15^2 = 9^2 + x^2$

$225 = 81 + x^2$

$x^2 = 144$

Vì x là độ dài quãng đường nên $x > 0$

Do đó $x = 12.$

Vậy robot đã di chuyển theo hướng bắc một quãng đường là 12 m.

Bài 3.

Gọi x là số bao giấy và y là số bao nhựa. Điều kiện: $x, y \in \mathbb{N}.$

Theo đề bài, ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x+y=46 \\ 8x+5y=296 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình trên, ta được $\begin{cases} x=22 \\ y=24 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy trường học thu được 22 bao giấy và 24 bao nhựa.

Bài 4.

a) Ta có $(x-2)(x+3) > (x-1)^2 + 5$

$x^2 + x - 6 > x^2 - 2x + 1 + 5$

$x^2 + x - 6 > x^2 - 2x + 6$

Suy ra

$3x > 12$

$$x > 4$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x > 4$.

- b) Gọi x là số giờ Minh thuê xe. (Điều kiện: $x \in \mathbb{N}$)

Theo đề bài, ta có bất phương trình

$$20000 + 35000x \leq 230000$$

Suy ra

$$35000x \leq 210000$$

$$x \leq 6$$

Vậy Minh có thể thuê xe nhiều nhất 6 giờ.

Bài 5.

- a) Độ dài cung tròn là: $l = \frac{72^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi \cdot 10 = \frac{1}{5} \cdot 20\pi = 4\pi$ cm

Vậy độ dài cung tròn là 4π cm.

- b) Diện tích một mặt của chiếc quạt là

$$S = \frac{120^\circ}{360^\circ} \cdot \pi \cdot 30^2 = \frac{1}{3} \cdot 900\pi = 300\pi \text{ cm}^2$$

Lấy $\pi \approx 3,14$ ta được: $S \approx 300 \cdot 3,14 \approx 942 \text{ cm}^2$

Vì $942 < 1000$ nên tờ giấy đủ để làm một mặt của chiếc quạt.

Diện tích giấy còn thừa là $1000 - 942 = 58 \text{ cm}^2$

Vậy tờ giấy đủ để làm một mặt quạt và còn thừa khoảng 58 cm^2 .

Bài 6.

- a) Ta có $AB = AC$ (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau tại A)

Mặt khác: $OB = OC = R$

Do đó OA là đường trung trực của đoạn thẳng BC .

Suy ra $OA \perp BC$ tại H và $HB = HC$.

- b) Ta có $AB = AC$ (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau tại A)

Suy ra $\triangle ABC$ cân tại A .

Xét $\triangle OBA$ vuông tại B có $\sin \widehat{BAO} = \frac{OB}{OA} = \frac{R}{2R} = \frac{1}{2}$

Suy ra $\widehat{BAO} = 30^\circ$.

Ta có $\widehat{BAC} = 2\widehat{BAO} = 2 \cdot 30^\circ = 60^\circ$ (do AO là tia phân giác của $\widehat{BAC}$)

Suy ra $\triangle ABC$ đều.

Xét $\triangle OBA$ vuông tại B có $AB^2 = OA^2 - OB^2 = (2R)^2 - R^2 = 3R^2$

Suy ra $AB = \sqrt{3}R$

Suy ra $AB = AC = BC = \sqrt{3}R$

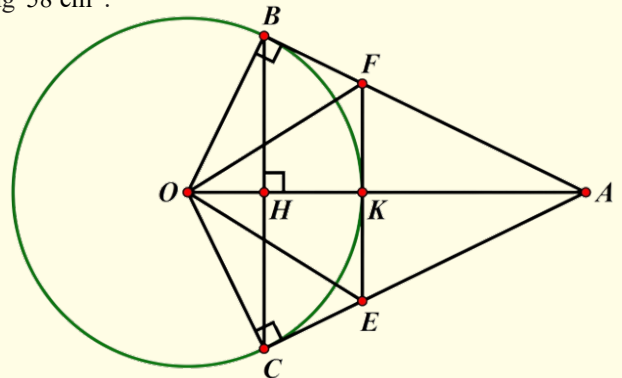
Suy ra $BH = \frac{1}{2}BC = \frac{\sqrt{3}}{2}R$

Xét $\triangle AHB$ vuông tại H ta có $AH^2 = AB^2 - BH^2 = (\sqrt{3}R)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}R\right)^2 = \frac{9}{4}R^2$

Suy ra $AH = \frac{3}{2}R$.

Ta có $S_{ABC} = \frac{1}{2}AH \cdot BC$

Suy ra $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}R \cdot \sqrt{3}R$



Do đó $S_{ABC} = \frac{3\sqrt{3}}{4} R^2$

c) Ta có $AB \perp OB$ và $OE \perp OB$ suy ra $OE \parallel AB$ hay $OE \parallel AF$.

Tương tự, ta có $AC \perp OC$ và $OF \perp OC$ suy ra $OF \parallel AC$ hay $OF \parallel AE$.

Tứ giác $AEOF$ có hai cặp cạnh đối song song nên $AEOF$ là hình bình hành.

Ta có AO là tia phân giác của $\widehat{FAE}$ (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau tại A).

Hình bình hành $AEOF$ có một đường chéo là tia phân giác của một góc nên $AEOF$ là hình thoi.

Vì $AEOF$ là hình thoi nên hai đường chéo AO và EF vuông góc với nhau và cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.

Do đó $EF \perp AO$ và $OK = \frac{OA}{2}$.

Mà $OA = 2R$ nên $OK = R$.

Suy ra K thuộc đường tròn (O) .

Mặt khác, vì O, K, A thẳng hàng nên $EF \perp OK$.

Vậy EF là tiếp tuyến của đường tròn (O) tại K .

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ CUỐI HỌC KÌ I – ĐỀ SỐ 6

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8
Đáp án	A	B	B	C	B	B	D	B

PHẦN II. TỰ LUẬN

Bài 1.

a) Ta có $A = \sqrt{(5-2\sqrt{6})^2} + \sqrt[3]{125} = |5-2\sqrt{6}| + \sqrt[3]{5^3} = 5-2\sqrt{6} + 5 = 10-2\sqrt{6}$.

b) Ta có $B = \frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}} + \sqrt{7-4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{16 \cdot 3}}{\sqrt{3}} + \sqrt{(2-\sqrt{3})^2} = \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3}} + |2-\sqrt{3}| = 4+2-\sqrt{3} = 6-\sqrt{3}$.

Bài 2.

a) Để biểu thức $P = \sqrt{x+3} + \sqrt{3-x}$ xác định, ta cần

$$x+3 \geq 0 \text{ và } 3-x \geq 0$$

$$\text{Suy ra } x \geq -3 \text{ và } x \leq 3$$

Vậy điều kiện xác định là $-3 \leq x \leq 3$.

b) $Q = \sqrt{x^2 - 8x + 16} - \sqrt{x^2 + 2x + 1} = \sqrt{(x-4)^2} - \sqrt{(x+1)^2} = |x-4| - |x+1|$
 $= (x-4) - (x+1) = x-4-x-1 = -5$. (vì $x > 4$)

c) Theo đề bài: $v = \sqrt{2gh}$

Thay $v = 14$ và $g = 9,8$, ta được: $14 = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot h}$

$$14^2 = 19,6h$$

$$196 = 19,6h$$

$$\text{Suy ra } h = \frac{196}{19,6} = 10$$

Vậy độ cao mà vật đã rơi qua là 10 m.

Bài 3.

Gọi x là số thùng loại nhỏ và y là số thùng loại lớn. Điều kiện: $x, y \in \mathbb{N}$

Tổng số thùng là 62 nên $x + y = 62$

Tổng số sách là 1776 quyển nên $24x + 36y = 1776$

Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y = 62 \\ 24x + 36y = 1776 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được
$$\begin{cases} x = 38 \\ y = 24 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy có 38 thùng loại nhỏ và 24 thùng loại lớn.

Bài 4.

a) Ta có
$$\frac{3x-1}{4} - \frac{x+2}{3} \leq 2$$

Nhân cả hai vế với 12, ta được $3(3x-1) - 4(x+2) \leq 24$

$$9x - 3 - 4x - 8 \leq 24$$

$$5x - 11 \leq 24$$

$$5x \leq 35$$

$$x \leq 7$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x \leq 7$.

b) Gọi x là số thùng hàng thang máy có thể chở. (Điều kiện: $x \in \mathbb{N}$)

Theo đề bài, ta có bất phương trình: $70 + 35x \leq 630$

$$35x \leq 560$$

$$x \leq 16$$

Vậy thang máy có thể chở nhiều nhất 16 thùng hàng.

Bài 5.

a) Độ dài cung tròn là:
$$l = \frac{135^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi \cdot 8$$

Suy ra
$$l = \frac{3}{8} \cdot 16\pi = 6\pi \text{ cm}$$

Vậy độ dài cung tròn đã cho là $6\pi \text{ cm}$.

b) Trong 60 phút, kim phút quay được một vòng, tương ứng với góc 360° .

Trong 20 phút, kim phút quay được một góc là:
$$\frac{20}{60} \cdot 360^\circ = 120^\circ$$

Đầu kim phút chuyển động trên một cung tròn có bán kính $R = 12 \text{ cm}$

Độ dài cung mà đầu kim phút đi được là:
$$l = \frac{120^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi \cdot 12$$

Suy ra
$$l = 8\pi \text{ cm}$$

Lấy $\pi \approx 3,14$, ta được
$$l \approx 8 \cdot 3,14 = 25,12 \text{ cm}$$

Vậy quãng đường đầu kim phút đi chuyển được trong 20 phút là $25,12 \text{ cm}$.

Bài 6.

a) Ta có $CA = CB$ (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau tại C)

Mặt khác

$$OA = OB = R$$

Do đó OC là đường trung trực của đoạn thẳng AB .

Suy ra $OC \perp AB$ tại H và $HA = HB$.

b) Xét tam giác OHA vuông tại H , theo định lý Pythagore, ta có

$$AH^2 = OA^2 - OH^2$$

$$AH^2 = R^2 - \left(\frac{R}{2}\right)^2$$

$$\text{Suy ra } AH^2 = \frac{3R^2}{4}$$

$$\text{Do đó } AH = \frac{\sqrt{3}}{2}R$$

$$\text{Vì } HA = HB \text{ nên } AB = 2AH$$

$$\text{Suy ra } AB = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}R$$

$$\text{Do đó } AB = \sqrt{3}R$$

Xét tam giác OHA vuông tại H , ta có

$$\cos \widehat{AOH} = \frac{OH}{OA} = \frac{\frac{R}{2}}{R} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Suy ra } \widehat{AOH} = 60^\circ$$

Xét tam giác OAC vuông tại A , ta có

$$\tan \widehat{AOC} = \frac{AC}{OA}$$

$$\text{Suy ra } \tan 60^\circ = \frac{AC}{R}$$

$$\text{Suy ra } AC = R \cdot \tan 60^\circ = \sqrt{3}R$$

Xét tam giác OAC vuông tại A , theo định lý Pythagore, ta có

$$OC^2 = AC^2 + OA^2$$

Suy ra

$$OC^2 = (\sqrt{3}R)^2 + R^2 = 4R^2$$

$$\text{Suy ra } OC = 2R$$

$$\text{Ta có } CH = OC - OH$$

$$\text{Suy ra } CH = 2R - \frac{R}{2}$$

$$\text{Do đó } CH = \frac{3R}{2}$$

$$\text{Ta có } S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CH$$

$$\text{Suy ra } S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3}R \cdot \frac{3R}{2}$$

$$\text{Do đó } S_{ABC} = \frac{3\sqrt{3}}{4}R^2$$

- c) Xét $\triangle ABD$ có BO là đường trung tuyến ứng với cạnh AD và $BO = \frac{1}{2}AD$ (Bán kính bằng $\frac{1}{2}$ đường kính)

Suy ra $\triangle ABD$ vuông tại B .

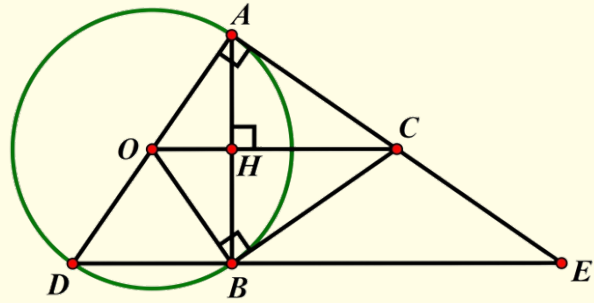
Suy ra $AB \perp BD$ hay $AB \perp DE$.

Mà $AB \perp OC$ (Chứng minh ở câu a)

Suy ra $OC \parallel DE$

Mà O là trung điểm của AD .

Nên C là trung điểm AE .



HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ CUỐI HỌC KÌ I – ĐỀ SỐ 7

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8
Đáp án	D	A	B	B	C	A	C	D

PHẦN II. TỰ LUẬN

Bài 1.

$$M = \sqrt{(\sqrt{5}-4)^2} - 10 \left(\frac{\sqrt{20,25}}{5} - \sqrt{5} \right) = |\sqrt{5}-4| - 10 \cdot \frac{\sqrt{20,25}}{5} + 10\sqrt{5}$$

$$= 4 - \sqrt{5} - 9 + 10\sqrt{5} = 9\sqrt{5} - 5.$$

Bài 2.

a) $L = \sqrt{2026-x}$ xác định khi và chỉ khi $2026-x \geq 0$
Suy ra $x \leq 2026$

b) $T = \sqrt{(x-3)^2} + \sqrt{(x-9)^2}$ với $3 < x < 9$.

$$= |x-3| + |x-9|$$

$$= x-3+9-x \quad (\text{vì } x-3 > 0; x-9 < 0)$$

$$= 6$$

c) Đổi $310000 \text{ m} = 310 \text{ km}$ thay vào $d = 3,57\sqrt{h}$ ta được:

$$310 = 3,57\sqrt{h}$$

$$\sqrt{h} = \frac{310}{3,57}$$

$$h = \left(\frac{310}{3,57} \right)^2$$

$$h \approx 7540 \text{ m.}$$

Bài 3.

Gọi x, y (m) lần lượt là chiều dài, chiều rộng miếng đất ($x, y > 0$)

Theo đề bài ta được hệ phương trình

$$\begin{cases} x+y=400 \\ (100\%-20\%)x+y+\frac{1}{3}y=400 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=400 \\ \frac{4}{5}x+\frac{4}{3}y=400 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được $\begin{cases} x=250 \\ y=150 \end{cases}$ (nhận)

Vậy chiều dài miếng đất ban đầu là 250 m và chiều rộng là: $400-250=150 \text{ m}$.

Bài 4.

a) $2x - \frac{x-3}{3} \geq \frac{9x-13}{5}$

$$\frac{15.2x}{15} - \frac{5(x-3)}{15} \geq \frac{3(9x-13)}{15}$$

$$30x - 5(x-3) \geq 3(9x-13)$$

$$30x - 5x + 15 \geq 27x - 39$$

$$30x - 5x - 27x \geq -39 - 15$$

$$-2x \geq -54$$

$$x \leq 27$$

Vậy bất phương trình có nghiệm là $x \leq 27$.

- b) Gọi x là số người được đưa lên xuồng ($x \in \mathbb{N}^*$).

Tổng khối lượng trên xuồng sẽ bao gồm khối lượng của chiếc máy bơm và khối lượng của x người nên ta có biểu thức: $240 + 65x$ (kg)

Theo đề bài, để đảm bảo an toàn, xuồng cứu hộ chỉ được phép chở không quá 900 kg nên ta có bất phương trình: $30 + 65x \leq 900$

$$65x \leq 900 - 30 = 870$$

$$x \leq \frac{870}{65} \approx 13,384$$

Vì $x \in \mathbb{N}^*$ nên ta chọn $x = 13$

Vậy xuồng cứu hộ có thể chở nhiều nhất 13 người để không vượt quá tải trọng cho phép.

Bài 5.

- a) Áp dụng công thức tính chu vi hình tròn ta có: $C = 2\pi R = 2 \cdot 3,14 \cdot 5 = 31,4$ m

Vậy khi đi đúng 1 vòng, con bò di chuyển được quãng đường dài 31,4 m.

- b) Thời gian để con bò đi hết 1 vòng là: $\frac{31,4}{31,4} = 1$ phút

Để hoàn thành 1 mẻ bột cần quay 10 vòng. Vậy thời gian để xay xong 1 mẻ bột là:

$$10 \cdot 1 = 10 \text{ phút.}$$

Số mẻ bột xay được trong 1 giờ làm việc liên tục là: $60 : 10 = 6$ mẻ.

Vì mỗi mẻ thu được 4 kg bột, nên tổng khối lượng bột xay được trong 1 giờ là:

$$6 \cdot 4 = 24 \text{ kg.}$$

Vậy trong 1 giờ làm việc liên tục, người nông dân sẽ thu được 24 kg bột.

Bài 6.

- a) Ta có: $\triangle OBC$ cân tại O mà OH là đường trung tuyến (H là trung điểm BC).

Suy ra OH là tia phân giác của $\widehat{BOC}$ nên $\widehat{BOD} = \widehat{COD}$.

Xét $\triangle OCD$ và $\triangle OBD$

$$\begin{cases} OC = OB = R \\ \widehat{BOD} = \widehat{COD} \text{ (cmt)} \\ OD \text{ chung} \end{cases}$$

Suy ra $\triangle OCD = \triangle OBD$ (c.g.c)

Nên $\widehat{OCD} = \widehat{OBD} = 90^\circ$

Hay $DC \perp OC$ mà $C \in (O)$

Do đó DC là tiếp tuyến của đường tròn (O) . (đpcm)

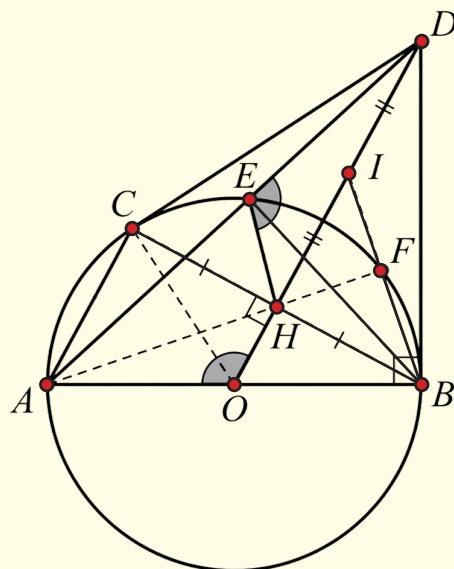
- b) Ta có: $\triangle AEB$ nội tiếp đường tròn có đường kính AB

$\triangle AEB$ vuông tại E .

$BE \perp AD$ tại E .

Xét $\triangle DEB$ và $\triangle DBA$ có:

$$\begin{cases} \widehat{ADB} \text{ chung} \\ \widehat{DEB} = \widehat{DBA} = 90^\circ \end{cases}$$



Suy ra $\triangle DEB \sim \triangle DBA$ (g.g)

$$\text{Nên } \frac{DE}{DB} = \frac{DB}{DA}$$

$$\text{Hay } DB^2 = DE \cdot DA \quad (1)$$

Lại có: $\triangle OBC$ cân tại O mà OH là đường trung tuyến (H là trung điểm BC)

Suy ra OH là đường cao nên $OH \perp BC$.

Xét $\triangle DHB$ và $\triangle DBO$ có:

$$\begin{cases} \widehat{BDO} \text{ chung} \\ \widehat{DHB} = \widehat{DBO} = 90^\circ \end{cases}$$

Suy ra $\triangle DHB \sim \triangle DBO$ (g.g)

$$\text{Nên } \frac{DH}{DB} = \frac{DB}{DO}$$

$$\text{Hay } DB^2 = DH \cdot DO \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $DH \cdot DO = DE \cdot DA (= DB^2)$

Xét $\triangle DEH$ và $\triangle DOA$ có:

$$\begin{cases} \frac{DH}{DA} = \frac{DE}{DO} \quad (cmt) \\ \widehat{ADO} \text{ chung} \end{cases}$$

Suy ra $\triangle DEH \sim \triangle DOA$ (c.g.c)

$$\text{Suy ra } \widehat{DOA} = \widehat{DEH} \quad (\text{đpcm})$$

c) Xét $\triangle CAB$ và $\triangle HBD$ có

$$\begin{cases} \widehat{ACB} = \widehat{BHD} = 90^\circ \\ \widehat{ABC} = \widehat{BDH} \quad (\widehat{ABC} + \widehat{BOH} = 90^\circ; \widehat{BDH} + \widehat{BOH} = 90^\circ) \end{cases}$$

Suy ra $\triangle CAB \sim \triangle HBD$ (g.g)

$$\text{Suy ra } \frac{AB}{BD} = \frac{BC}{DH}$$

$$\text{Suy ra } \frac{AB}{BD} = \frac{BC}{DH} = \frac{2BH}{2DI} = \frac{BH}{DI}$$

Xét $\triangle BAH$ và $\triangle DBI$ có

$$\begin{cases} \frac{AB}{BD} = \frac{BH}{DI} \quad (cmt) \\ \widehat{ABH} = \widehat{BDI} \quad (\widehat{ABH} + \widehat{BOH} = 90^\circ; \widehat{BDI} + \widehat{BOH} = 90^\circ) \end{cases}$$

Suy ra $\triangle BAH \sim \triangle DBI$ (c.g.c)

$$\text{Suy ra } \widehat{BAH} = \widehat{DBI} \quad (3)$$

Ta có: $\triangle AFB$ nội tiếp đường tròn có đường kính AB

Suy ra $\triangle AFB$ vuông tại F .

$$\text{Suy ra } \widehat{BAF} + \widehat{ABF} = 90^\circ$$

Ta lại có: $\widehat{DBI} + \widehat{ABF} = 90^\circ$

$$\text{Suy ra } \widehat{BAF} = \widehat{DBI} \quad (4)$$

Từ (3) và (4), suy ra $\widehat{BAF} = \widehat{BAH}$ nên hai tia AF, AH trùng nhau.

Vậy ba điểm A, H, F thẳng hàng.

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ CUỐI HỌC KÌ I – ĐỀ SỐ 8

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8
Đáp án	D	D	C	C	B	B	A	A

PHẦN II. TỰ LUẬN

Bài 1.

a) $\sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} + \sqrt[3]{-8} = |\sqrt{2}-1| - 2 = \sqrt{2} - 1 - 2 = \sqrt{2} - 3.$

b) $\sqrt{48} - (2 + \sqrt{3})^2 = 4\sqrt{3} - 4 - 4\sqrt{3} - 3 = -7.$

c) $\frac{4}{\sqrt{5}-1} - 5\sqrt{\frac{1}{5}} = \frac{4(\sqrt{5}+1)}{4} - 5 \cdot \frac{\sqrt{5}}{5} = \sqrt{5} + 1 - \sqrt{5} = 1.$

Bài 2.

a) Điều kiện xác định của $\sqrt{15-2x}$ là $15-2x \geq 0$

$$-2x \geq -15$$

$$x \leq \frac{15}{2}$$

b) $\sqrt{x^2-4x+4} = \sqrt{(x-2)^2} = |x-2| = -x+2$ (vì $x < 2$)

c) $t = \sqrt{\frac{2.44,1}{9,8}} = \sqrt{9} = 3.$ Vậy vật chạm đất sau 3 giây.

Bài 3.

Gọi x là số học sinh tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh,

y là số học sinh tham gia câu lạc bộ STEM. Điều kiện: $x, y \in \mathbb{N}^*$

Theo đề bài, tổng số học sinh là 78, ta có phương trình $x + y = 78$ (1)

Số học sinh câu lạc bộ Tiếng Anh nhiều hơn số học sinh câu lạc bộ STEM 14 em:

$$x - y = 14 \quad (2)$$

Từ (1) và (2), ta được hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 78 \\ x - y = 14 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được $x = 46; y = 32$ (nhận)

Vậy số học sinh tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh là 46 học sinh và câu lạc bộ STEM là 32 học sinh.

Bài 4.

a) $2x - 3(x-1) > 5(2x+3)$

$$2x - 3x + 3 > 10x + 15$$

$$-11x > 12$$

$$x < \frac{-12}{11}$$

b) Gọi x là số quyển vở Minh mua ($x \in \mathbb{N}^*$)

Số tiền mua vở là $12000x$ (đồng)

Vì Minh phải còn lại ít nhất 20 000 đồng nên: $200\,000 - 12\,000x \geq 20\,000$

Hay $12\,000x \leq 180\,000$

Suy ra $x \leq 15$

Vậy Minh mua nhiều nhất 15 quyển vở.

Bài 5.

a) $l = \frac{\pi R n}{180^\circ} = \frac{\pi \cdot 35 \cdot 90^\circ}{180^\circ} = \frac{35\pi}{2} \approx 55 \text{ cm}$. Vậy bánh xe đi được quãng đường 55 cm.

b) Diện tích hình vành khuyên giữa hai hình tròn $S = \pi(7^2 - 5^2) = 24\pi \text{ (m}^2\text{)}$

Diện tích phần vành khuyên làm lối đi là $S = \frac{\pi \cdot 7^2 \cdot 120^\circ}{360^\circ} - \frac{\pi \cdot 5^2 \cdot 120^\circ}{360^\circ} = \frac{49\pi}{3} - \frac{25\pi}{3} = 8\pi \text{ (m}^2\text{)}$

Vậy diện tích phần lát gạch là $24\pi - 8\pi = 16\pi \approx 50 \text{ (m}^2\text{)}$.

Bài 6.

a) Chứng minh $AD + BE = DE$ và $\widehat{DOE} = 90^\circ$.

Theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau: $AD = DC$ và $CE = EB$

Do đó $AD + BE = CD + CE = DE$

Theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau:

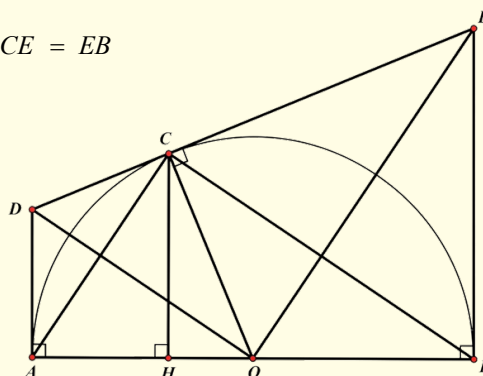
OD là phân giác $\widehat{AOC}$ và OE là phân giác $\widehat{COB}$.

Nên $\widehat{AOD} = \widehat{DOC}$; $\widehat{COE} = \widehat{EOB}$.

Mặt khác $\widehat{AOD} + \widehat{DOC} + \widehat{COE} + \widehat{EOB} = 180^\circ$.

Suy ra $2(\widehat{DOC} + \widehat{COE}) = 180^\circ$.

Vậy $\widehat{DOE} = 90^\circ$.



b) Tính CH và diện tích viên phân giới hạn bởi dây AC với cung nhỏ AC .

Xét $\triangle COH$ vuông tại H , $CH = CO \cdot \sin \widehat{COH} = R \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} R$

Diện tích $\triangle AOC$: $\frac{1}{2} CH \cdot AO = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} R \cdot R = \frac{R^2 \sqrt{3}}{4}$

Diện tích hình quạt AOC : $\frac{n}{360} \pi R^2 = \frac{60^\circ}{360^\circ} \pi R^2 = \frac{\pi R^2}{6}$

Vậy diện tích viên phân là $\frac{\pi R^2}{6} - \frac{R^2 \sqrt{3}}{4} = R^2 \left(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right)$

c) Chứng minh rằng $CH \cdot DE$ có giá trị không đổi.

$\triangle ABC$ có CO là đường trung tuyến ứng với cạnh AB và $CO = \frac{1}{2} AB$.

Nên $\triangle ABC$ vuông tại C .

Theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau có $CE = BE$ và $CO = OB = R$.

Nên OE là đường trung trực của BC .

Suy ra $OE \perp BC$.

Theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau có EO là tia phân giác của $\widehat{CEB}$.

Nên $\widehat{CEO} = \widehat{BEO}$

Mà $\widehat{BEO} = \widehat{CBA}$ (cùng phụ $\widehat{CBE}$)

Do đó $\widehat{CEO} = \widehat{CBA}$.

Xét $\triangle ABC$ và $\triangle DEO$ có $\widehat{ACB} = \widehat{DOE} = 90^\circ$ và $\widehat{CEO} = \widehat{CBA}$ (cmt)

Nên $\triangle ABC \sim \triangle DEO$ (g.g)

$$\text{Suy ra } \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle DEO}} = \left(\frac{AB}{DE} \right)^2$$

$$\text{Ta lại có } \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle DEO}} = \frac{\frac{1}{2} CH \cdot AB}{\frac{1}{2} CO \cdot DE} = \frac{CH \cdot AB}{CO \cdot DE}$$

$$\text{Do đó } \left(\frac{AB}{DE} \right)^2 = \frac{CH \cdot AB}{CO \cdot DE}$$

$$\frac{AB}{DE} = \frac{CH}{CO}$$

$$\text{Vậy } CH \cdot DE = AB \cdot CO = 2R \cdot R = 2R^2 \text{ (không đổi).}$$

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ CUỐI HỌC KÌ I – ĐỀ SỐ 9

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8
Đáp án	B	C	A	D	A	C	C	D

PHẦN II. TỰ LUẬN

Bài 1.

$$\text{a) } \sqrt{(\sqrt{3}-3)^2} - \sqrt[3]{27} = |\sqrt{3}-3| - 3 = 3 - \sqrt{3} - 3 = -\sqrt{3}$$

$$\text{b) } 2\sqrt{5} - \sqrt{125} + \frac{5}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5} - 5\sqrt{5} + \sqrt{5} = -2\sqrt{5}$$

$$\text{c) } \sqrt{2}(\sqrt{2}-3) - \frac{2}{\sqrt{2}-1} = 2 - 3\sqrt{2} - 2(\sqrt{2}+1) = 2 - 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} - 2 = -5\sqrt{2}$$

Bài 2.

$$\text{a) Điều kiện xác định của } \sqrt{3x-1} \text{ là } 3x-1 \geq 0$$

$$x \geq \frac{1}{3}$$

$$\text{b) } \sqrt{4x^2-4x+1} = \sqrt{(2x-1)^2} = |2x-1| = 2x-1 \text{ (vì } x \geq \frac{1}{3} \text{ suy ra } 2x-1 \geq 0)$$

$$\text{c) } U = \sqrt{100.121} = 110 \text{ V}$$

Bài 3.

Gọi x là số cây phượng đã mua, y là số cây bằng lăng đã mua.

Điều kiện: $x, y \in \mathbb{N}^*$.

Theo đề bài: Tổng số cây đã mua là 120 cây: $x + y = 120$

Vì tổng số tiền mua cây là 4 600 000 đồng ta có phương trình $45\,000x + 35\,000y = 4\,600\,000$

Ta được hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y = 120 \\ 45\,000x + 35\,000y = 4\,600\,000 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được $x = 40; y = 80$ (nhận).

Vậy số cây phượng đã mua là 40 cây. Số cây bằng lăng đã mua là 80 cây.

Bài 4.

a) $(2x - 1)(x + 3) \geq (3x - 2)^2 - 7x^2$

$$2x^2 + 6x - x - 3 \geq 9x^2 - 12x + 4 - 7x^2$$

$$17x \geq 7$$

$$x \geq \frac{7}{17}$$

b) Gọi x là số tuần tiếp theo, $x \in \mathbb{N}^*$.

$$35 + 12x \geq 95$$

$$12x \geq 60$$

$$x \geq 5$$

Vậy cần thêm ít nhất 5 tuần tiếp theo.

Bài 5.

a) Diện tích sân đua hình vành khuyên là:

$$S = \pi(R^2 - r^2) = \pi(50^2 - 42^2) \approx 2312 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Vậy diện tích sân đua hình vành khuyên là 2312 m².

b) Sau 3 phút cabin quay được góc ở tâm là $\frac{360^\circ}{8} \cdot 3 = 135^\circ$

Quãng đường cabin di chuyển sau 3 phút là $\frac{\pi \cdot 14 \cdot 135^\circ}{180^\circ} = 10,5\pi \approx 33 \text{ (m)}$

Bài 6.

a) Chứng minh $AO \perp BC$ và BI là phân giác của $\widehat{ABH}$.

Theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau có $AB = AC$ và $OB = OC = R$.

Nên AO là trung trực của BC

Do đó $AO \perp BC$ tại H

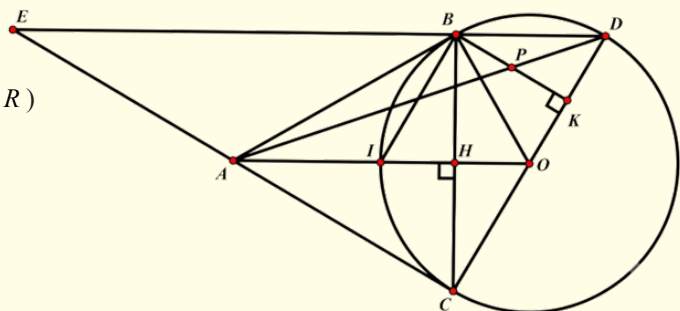
Ta có $\triangle IBO$ cân tại O (vì $OB = OI = R$)

Nên $\widehat{IBO} = \widehat{BIO}$

Lại có $\widehat{ABI} + \widehat{IBO} = 90^\circ$

Suy ra $\widehat{ABI} + \widehat{BIO} = 90^\circ$

Mặt khác $\widehat{IBH} + \widehat{BIO} = 90^\circ$



Suy ra $\widehat{ABI} = \widehat{IBH}$

Vậy BI là phân giác của $\widehat{ABH}$.

- b) Giả sử $AO = 2R$, tính BH và diện tích tứ giác $ABOC$ theo R .

Xét $\triangle ABO$ vuông tại B :

$$\cos \widehat{AOB} = \frac{BO}{AO} = \frac{R}{2R} = \frac{1}{2} \text{ nên } \widehat{AOB} = 60^\circ$$

Xét $\triangle ABH$ vuông tại H có $\sin \widehat{BOH} = \frac{BH}{BO}$ suy ra $BH = BO \cdot \sin 60^\circ = R \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\text{Ta có diện tích } \triangle ABO: \frac{1}{2} AO \cdot BH = \frac{1}{2} 2R \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} R = \frac{R^2 \sqrt{3}}{2}$$

Xét $\triangle ABO$ và $\triangle ACO$ có

$AB = AC$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

$OB = OC = R$

AO là cạnh chung

Do đó $\triangle ABO = \triangle ACO$ (c-c-c)

$$\text{Vậy diện tích tứ giác } ABOC \text{ là } 2S_{\triangle ABO} = 2 \cdot \frac{R^2 \sqrt{3}}{2} = R^2 \sqrt{3}$$

- c) Kẻ đường kính CD và $BK \perp CD$ ($K \in CD$). Chứng minh rằng AD đi qua trung điểm của BK .

Gọi P là giao điểm của AD và BK , E là giao điểm của DB và CA .

$\triangle CDB$ có BO là đường trung tuyến ứng với cạnh CD và $BO = \frac{1}{2} CD$

Nên $\triangle CDB$ vuông tại B suy ra $\widehat{CBD} = 90^\circ$

Do đó $\widehat{EBC} = 90^\circ$ (kề bù)

$$\text{Suy ra } \widehat{BEC} + \widehat{BCE} = 90^\circ \quad (1)$$

$$\text{Lại có } \widehat{EBA} + \widehat{ABC} = 90^\circ \quad (2)$$

Mặt khác $AB = AC$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) nên $\triangle ABC$ cân tại A

$$\text{Suy ra } \widehat{ABC} = \widehat{BCE} \quad (3)$$

Từ (1), (2), (3) suy ra $\widehat{BEC} = \widehat{EBA}$

Do đó $\triangle ABE$ cân tại A

Nên $AE = AB$

Mà $AB = AC$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

$$\text{Suy ra } AE = AC \quad (4)$$

Theo hệ quả định lý Thalès cho:

$$\triangle ADC \text{ có } PK \parallel AC \text{ (vì cùng vuông góc với } DC \text{): } \frac{PK}{AC} = \frac{DP}{DA} \quad (5)$$

$$\triangle EAD \text{ có } BP \parallel EA: \frac{PB}{AE} = \frac{DP}{DA} \quad (6)$$

Từ (4), (5), (6) suy ra $PK = BP$.

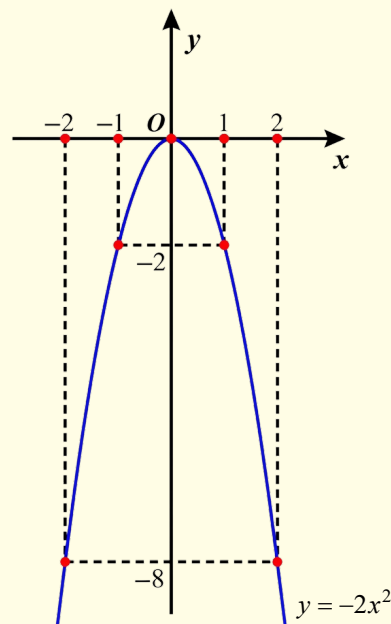
HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ GIỮA HỌC KÌ II – ĐỀ SỐ 5

Bài 1.

a) Lập bảng giá trị:

x	-2	-1	0	1	2
$y = -2x^2$	-8	-2	0	-2	-8

Đồ thị hàm số $y = -2x^2$ được vẽ như hình.



b) Gọi $M(x; y)$ là điểm cần tìm, theo đề ta có
$$\begin{cases} y = -50 \\ y = -2x^2 \end{cases}$$

Từ đó ta có phương trình $-2x^2 = -50$

$$x^2 = 25$$

Suy ra $x = 5; x = -5$.

Với $x = 5; y = -50$ ta có điểm $M(5; -50)$.

Với $x = -5; y = -50$ ta có điểm $M(-5; -50)$.

Vậy điểm cần tìm là $M(5; -50)$ $M(-5; -50)$.

Bài 2.

a) Ta có $\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4.7.(-2) = 65 > 0$.

Vì $\Delta > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-3) + \sqrt{65}}{2.7} = \frac{3 + \sqrt{65}}{14}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-3) - \sqrt{65}}{2.7} = \frac{3 - \sqrt{65}}{14}$$

b) $x^2 - 2mx + 3m + 4 = 0$.

Ta có $\Delta' = b'^2 - ac = (-m)^2 - 1.(3m + 4) = m^2 - 3m - 4$

Phương trình đã cho có nghiệm kép khi $\Delta' = 0$ hay $m^2 - 3m - 4 = 0$

Giải phương trình bậc hai ẩn m ta được $m = -1; m = 4$.

Bài 3.

a) Ta có: $\Delta = b^2 - 4ac = 5^2 - 4.3.(-6) = 97 > 0$

Vậy phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

b) Theo hệ thức Viète, ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{5}{3} \\ x_1 x_2 = -2 \end{cases}$$

$$S = (3x_1 - 2)(3x_2 - 2)$$

$$S = 9x_1 x_2 - 6(x_1 + x_2) + 4$$

$$S = 9.(-2) - 6.\left(-\frac{5}{3}\right) + 4$$

$$S = -18 + 10 + 4$$

$$S = -4.$$

Bài 4.

Gọi x là số tấm tôn bác An dự định mua theo kế hoạch (tấm, $x \in \mathbb{N}^*$)

Số lượng tấm tôn bác mua được trong thực tế là $x+10$ (tấm)

Giá niêm yết một tấm tôn theo kế hoạch là $\frac{12000}{x}$ (nghìn đồng)

Giá tiền một tấm tôn trong thực tế là $\frac{12000}{x+10}$ (nghìn đồng)

Vì mỗi tấm tôn được giảm 40 nghìn đồng so với giá niêm yết nên ta có phương trình

$$\frac{12000}{x} - \frac{12000}{x+10} = 40$$

Chia cả hai vế phương trình cho 40 ta được

$$\frac{300}{x} - \frac{300}{x+10} = 1$$

$$300(x+10) - 300x = x(x+10)$$

$$300x + 3000 - 300x = x^2 + 10x$$

$$x^2 + 10x - 3000 = 0$$

Giải phương trình ta được $x = 50$ (TM); $x = -60$ (KTM)

Vậy theo kế hoạch, bác An dự định mua 50 tấm tôn.

Bài 5.

Đôi 20 cm = 0,2 m

Bán kính đường tròn trong lòng giếng là: $r = 1:2 = 0,5$ m

Bán kính đường tròn ngoài của thành giếng là: $R = 0,5 + 0,2 = 0,7$ m

Diện tích phần mặt trên của thành giếng (hình vành khuyên) là

$$S = \pi(R^2 - r^2) = \pi(0,7^2 - 0,5^2) \approx 0,75 \text{ m}^2$$

Bài 6.

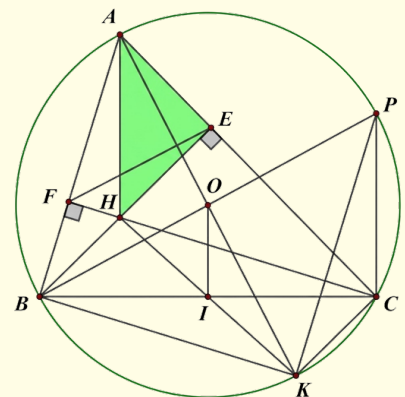
- a) Vì BE, CF là các đường cao của tam giác ABC nên
 $\widehat{BFC} = \widehat{BEC} = 90^\circ$

Tam giác BFC vuông tại F nên ba điểm B, F, C cùng thuộc đường tròn đường kính BC (1)

Tam giác BEC vuông tại E nên ba điểm B, E, C cùng thuộc đường tròn đường kính BC (2)

Từ (1), (2) suy ra bốn điểm B, F, E, C cùng thuộc đường tròn đường kính BC , hay tứ giác $BFEC$ nội tiếp.

- b) Ta có $\widehat{BCP} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)



Xét $\triangle BCP$ vuông tại C và $\triangle CFA$ vuông tại F có

$$\widehat{BPC} = \widehat{FAC} \text{ (các góc nội tiếp cùng chắn cung } BC \text{)}$$

Do đó $\triangle BCP$ đồng dạng với $\triangle CFA$ (g.g)

$$\text{Suy ra } \frac{BC}{CF} = \frac{BP}{CA} \text{ nên } \frac{BC \cdot CA}{CF} = BP = 2R.$$

c) Xét tam giác ABC có H là giao điểm của hai đường cao BE, CF nên H là trực tâm $\triangle ABC$.

Gọi D là giao điểm của AH và BC suy ra AD là đường cao thứ ba của $\triangle ABC$ nên $AD \perp BC$ tại D .

Vẽ đường kính AK . Gọi I là trung điểm của BC

Ta có $\widehat{ACK} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

nên $KC \perp AC, BH \perp AC$ suy ra $KC \parallel BH$ (3)

Ta có $\widehat{ABK} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

nên $KB \perp AB, CH \perp AB$ suy ra $KB \parallel CH$ (4)

Từ (3), (4) ta có $BHCK$ là hình bình hành, mà I là trung điểm của đường chéo thứ nhất BC nên I cũng là trung điểm của đường chéo thứ hai HK .

Suy ra I, H, K thẳng hàng và I là trung điểm của HK .

Xét tam giác AHK có

O là trung điểm của AK

I là trung điểm của HK

Suy ra OI là đường trung bình của $\triangle AHK$ nên $AH = 2OI$

Do OI không đổi nên AH không đổi

$$\text{Ta có } S_{\triangle AHE} = \frac{1}{2} AE \cdot HE \quad (*)$$

Ta có $\triangle AEH$ vuông tại E nên $AE^2 + EH^2 = AH^2$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có

$$AH^2 = AE^2 + EH^2 \geq 2\sqrt{AE^2 \cdot EH^2} = 2AE \cdot HE$$

$$\text{nên } AE \cdot HE \leq \frac{1}{2} AH^2 \quad (**)$$

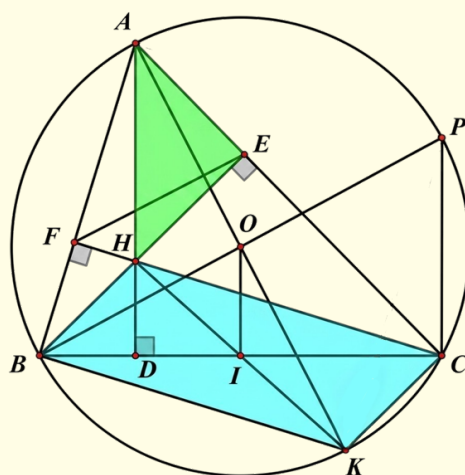
Từ (*) và (**) suy ra $S_{\triangle AHE} \leq \frac{1}{4} AH^2$ không đổi

$$\text{vì } S_{\triangle AHE} \leq \frac{1}{4} AH^2 = OI^2$$

Dấu “=” xảy ra khi $AE = HE$ khi $\triangle AHE$ vuông cân tại E .

Khi đó, $\widehat{AHE} = 45^\circ$ suy ra $\widehat{ACB} = 45^\circ$ (cùng phụ với $\widehat{DAC}$)

Vậy diện tích tam giác AEH lớn nhất bằng OI^2 khi điểm A nằm trên cung lớn BC và $\widehat{ACB} = 45^\circ$.



HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ GIỮA HỌC KÌ II – ĐỀ SỐ 6

Bài 1.

a) Lập bảng giá trị.

x	-4	-2	0	2	4
$y = \frac{1}{2}x^2$	8	2	0	2	8

Đồ thị (P) được vẽ như hình.

b) Gọi $M(x, 8)$ là điểm thuộc (P) .

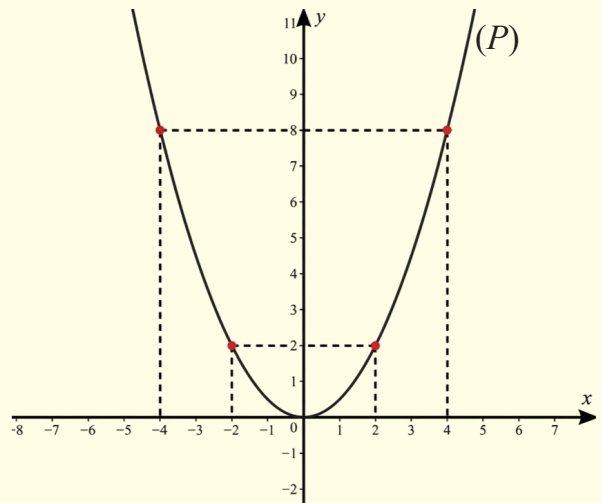
Thay vào (P) ta được:

$$8 = \frac{1}{2}x^2$$

$$x^2 = 16$$

$$x = 4 \text{ hay } x = -4$$

Vậy có 2 điểm $M(-4, 8); M(4, 8)$ thuộc (P) .



Bài 2.

a) $4x^2 + 11x - 3 = 0$

$$\text{Ta có: } \Delta = b^2 - 4ac = 11^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-3) = 169 > 0$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-11 + \sqrt{169}}{2 \cdot 4} = \frac{1}{4}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-11 - \sqrt{169}}{2 \cdot 4} = -3$$

b) $(3x - 2)^2 = 15x^2 - 10x$

$$9x^2 - 12x + 4 = 15x^2 - 10x$$

$$-6x^2 - 2x + 4 = 0$$

$$\text{Ta có: } a - b + c = -6 - (-2) + 4 = 0$$

Phương trình có hai nghiệm:

$$x_1 = -1; x_2 = \frac{-c}{a} = \frac{-4}{-6} = \frac{2}{3}$$

Bài 3.

a) $\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 49 > 0$

Nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

b) Theo hệ thức Viète, ta có

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{5}{2} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-3}{2} \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } A = \frac{x_1^3 + x_2^3}{x_2 \cdot x_1} - 4(x_1 + x_2)$$

$$A = \frac{(x_1 + x_2) \cdot (x_1^2 + x_2^2 - x_1 \cdot x_2)}{x_2 \cdot x_1} - 4(x_1 + x_2)$$

$$A = \frac{(x_1 + x_2) \cdot [(x_1 + x_2)^2 - 3x_1 \cdot x_2]}{x_2 \cdot x_1} - 4(x_1 + x_2)$$

$$A = \frac{\frac{5}{2} \cdot \left[\left(\frac{5}{2} \right)^2 - 3 \cdot \frac{-3}{2} \right]}{\frac{-3}{2}} - 4 \cdot \frac{5}{2} = \frac{-335}{12}$$

Bài 4.

a) Vì hai nửa hình tròn bằng nhau ghép lại thành một hình tròn nên:

$$\text{Diện tích sân vận động: } S_{h/tron} + S_{hcn} = \pi \cdot \left(\frac{x}{2} \right)^2 + xy = \frac{3,14x^2}{4} + xy = 0,785x^2 + xy \text{ (m}^2\text{)}.$$

b) Thay $y = 1,5x$ vào biểu thức ta được:

$$0,785x^2 + 1,5x^2 = 10565,84$$

$$2,285x^2 = 10565,84$$

$$x^2 = 4624$$

$$x = 68 \text{ (do } x > 0 \text{)}$$

Chu vi của sân vận động là tổng đường viền của hai nửa hình tròn và hai lần chiều dài hình chữ nhật:

$$68 \cdot 3,14 + 2 \cdot 1,5 \cdot 68 = 417,52 \approx 417,5 \text{ (m)}$$

Bài 5.

Vì diện tích lớn nhất mỗi con dê ăn được là một hình quạt có góc ở tâm là 90° .

Nên

Theo cách 1: Mỗi dây thừng dài 20 m, thì tổng diện tích cỏ hai con dê ăn được là:

$$2 \cdot \frac{\pi \cdot 20^2 \cdot 90^\circ}{360^\circ} = 200\pi \text{ (m}^2\text{)}$$

Theo cách 2: Một dây dài 25m, một dây dài 15m, thì tổng diện tích cỏ hai con dê ăn được là:

$$\frac{\pi \cdot 25^2 \cdot 90^\circ}{360^\circ} + \frac{\pi \cdot 15^2 \cdot 90^\circ}{360^\circ} = 212,5\pi \text{ (m}^2\text{)}$$

Vì $200\pi < 212,5\pi$ nên theo cách buộc thứ hai thì tổng diện tích cỏ mà hai dê ăn được là lớn hơn.

Bài 6.

a) Chứng minh tứ giác $ABOC$ nội tiếp đường tròn, và $OA \perp BC$ tại H

Ta có: $\triangle ABO$ vuông tại B (vì $AB \perp OB$, tính chất tiếp tuyến)

Suy ra 3 đỉnh A, B, O thuộc đường tròn có đường kính OA .

$\triangle ACO$ vuông tại C (vì $AC \perp OC$, tính chất tiếp tuyến)

Suy ra 3 đỉnh A, C, O thuộc đường tròn có đường kính OA .

Vậy 4 đỉnh A, B, O, C thuộc đường tròn có đường kính OA nên tứ giác $ABOC$ nội tiếp.

Ta có: $AB = AC$ và $OB = OC = R$.

Nên OA là đường trung trực của đoạn thẳng BC .

Suy ra $OA \perp BC$ tại H .

b) Đường trung trực của AH cắt AH tại M , BM cắt KH tại I Chứng minh $CK \parallel OA$ và I thuộc trên đường tròn (O)

Ta có: $\widehat{BCK} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) suy ra $CK \perp BC$

Mà $OA \perp BC$ tại H (chứng minh trên) nên $CK \parallel OA$

Xét $\triangle ABH$ và $\triangle BKC$ có:

$$\widehat{AHB} = \widehat{BCK} = 90^\circ$$

$$\widehat{HAB} = \widehat{CBK} \text{ (cùng phụ } \widehat{ABH} \text{)}$$

Vậy $\triangle ABH \sim \triangle BKC$ (g.g)

$$\text{Suy ra } \frac{AB}{BK} = \frac{AH}{BC} \text{ nên } \frac{AB}{BK} = \frac{2AM}{2BH} = \frac{AM}{BH}$$

Xét $\triangle ABM$ và $\triangle BKH$ có:

$$\widehat{MAB} = \widehat{HBK}$$

$$\frac{AB}{BK} = \frac{AM}{BH}$$

Suy ra $\triangle ABM \sim \triangle BKH$ (g.g)

$$\text{Nên } \widehat{ABM} = \widehat{BKH}$$

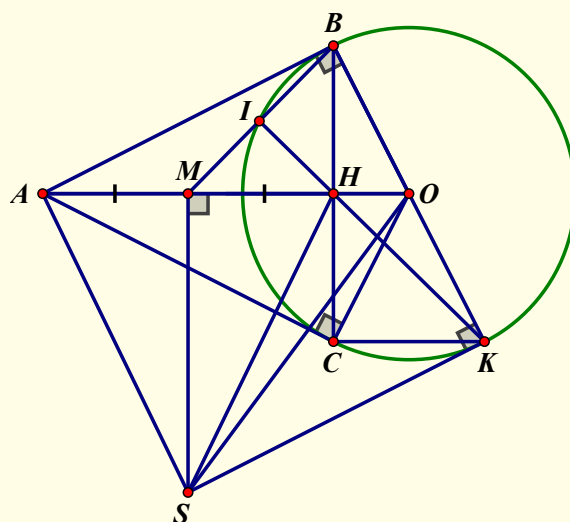
$$\text{Mà } \widehat{ABM} + \widehat{MBK} = \widehat{ABK} = 90^\circ$$

$$\text{Nên } \widehat{BKH} + \widehat{MBK} = 90^\circ$$

$$\text{Suy ra } \widehat{BIK} = 90^\circ$$

Lại có, BK là đường kính của đường tròn (O) .

Nên I thuộc đường tròn (O) .



c) Tiếp tuyến tại K của đường tròn (O) cắt đường trung trực của AH tại S . Chứng minh $SA = SH = SK$

❖ Chứng minh $SA = SH$

Ta có: $SA = SH$ (vì S thuộc đường trung trực của AH)

❖ Chứng minh $SA = SK$

Xét $\triangle OCA$ (vuông tại C) và $\triangle OHC$ (vuông tại H), ta có:

Dễ dàng chứng minh được $\triangle OCA \sim \triangle OHC$

$$\text{Suy ra } OC^2 = OH \cdot OA$$

$$\text{Mà } OC = OK$$

$$\text{Suy ra } OK^2 = OH \cdot OA$$

Xét $\triangle SKO$ vuông tại K , ta có:

$$SK^2 = SO^2 - OK^2$$

$$\text{Suy ra } SK^2 = SO^2 - OH \cdot OA \quad (1)$$

Xét $\triangle SMA$ vuông tại M , ta có:

$$SA^2 = AM^2 + SM^2$$

$$SA^2 = AM^2 + SO^2 - OM^2$$

$$SA^2 = SO^2 - (OM^2 - AM^2)$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có } OM^2 - AM^2 &= (OM - AM)(OM + AM) \\ &= (OM - MH) \cdot OA \text{ (vì } AM = MH) \\ &= OH \cdot OA \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } SA^2 = SO^2 - OH \cdot OA \quad (2)$$

Từ (1), (2) suy ra $SA = SK$.

Vậy $SA = SH = SK$.

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ GIỮA HỌC KÌ II – ĐỀ SỐ 7

Bài 1.

a) Lập bảng giá trị.

x	-4	-2	0	2	4
$y = \frac{-1}{4}x^2$	-4	-1	0	-1	-4

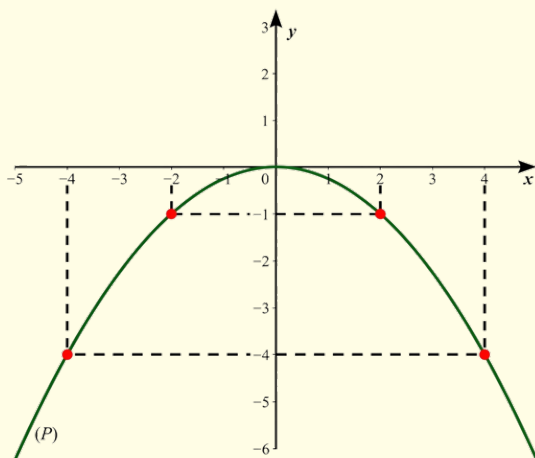
Vẽ đồ thị (P) như hình vẽ.

b) Ta có: $y = \frac{-x^2}{4} = -25$

$$\text{Nên } x^2 = 100$$

$$\text{Suy ra } x = 10 \text{ hay } x = -10$$

Vậy các điểm cần tìm là $T(10; -25); T(-10; -25)$.



Bài 2.

a) $6x^2 - 5x - 1 = 0$

$$\text{Ta có: } a + b + c = 6 + (-5) + (-1) = 0$$

$$\text{Nên phương trình có 2 nghiệm } x = 1; x = \frac{c}{a} = \frac{-1}{6}.$$

Vậy $x = 1; x = \frac{-1}{6}$ là nghiệm của phương trình.

b) $6x + 5 = x(2x - 3)$

$$6x + 5 = 2x^2 - 3x$$

$$2x^2 - 3x - 6x - 5 = 0$$

$$2x^2 - 9x - 5 = 0$$

$$\Delta = (-9)^2 - 4.2.(-5) = 121 > 0.$$

Nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-9) + \sqrt{121}}{2.2} = 5; x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-9) - \sqrt{121}}{2.2} = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2}.$$

Vậy $x = 5; x = \frac{-1}{2}$ là nghiệm của phương trình.

Bài 3.

a) $2x^2 - 7x + 5 = 0$

$$\text{Ta có: } \Delta = b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4.2.(-5) = 89 > 0$$

Nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

b) Áp dụng định lý Viète, ta có: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{7}{2}; x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{5}{2}$

$$\text{Lại có: } x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = \left(\frac{7}{2}\right)^2 - 2 \cdot \frac{5}{2} = \frac{29}{4}.$$

$$M = \frac{x_1}{x_2 + 5} + \frac{x_2}{x_1 + 5} = \frac{(x_1^2 + x_2^2) + 5(x_1 + x_2)}{x_1x_2 + 5(x_1 + x_2) + 25} = \frac{\frac{29}{4} + 5 \cdot \frac{7}{2}}{\frac{5}{2} + 5 \cdot \frac{7}{2} + 25} = \frac{11}{20}.$$

Bài 4.

Gọi x (bài) là số bài tập mỗi ngày Hoa làm theo dự định ($x \in \mathbb{N}^*, x < 120$).

$x - 2$ (bài) là số bài tập mỗi ngày Hoa làm thực tế.

Thời gian dự định để hoàn thành 120 bài tập là: $\frac{120}{x}$ (ngày)

Thời gian thực tế để hoàn thành 120 bài tập là: $\frac{120}{x+2}$ (ngày).

Vì Hoa đã hoàn thành toàn bộ bài tập sớm hơn 10 ngày so với dự định, nên ta có phương trình:

$$\frac{120}{x} - \frac{120}{x+2} = 10$$

$$\frac{120(x+2)}{x(x+2)} - \frac{120x}{(x+2)x} = \frac{10x(x+2)}{x(x+2)}$$

$$120(x+2) - 120x = 10x(x+2)$$

$$120x + 240 - 120x = 10x^2 + 20x$$

$$10x^2 + 20x - 240 = 0$$

$$x^2 + 2x - 24 = 0$$

Giải phương trình ta tìm được: $x = 4$ (nhận); $x = -6$ (loại)

Vậy theo dự định, mỗi ngày, Hoa làm 4 bài tập toán.

Bài 5.

Theo giả thiết của đề bài, ta có:

Khoảng cách từ vị trí bắn ban đầu O đến bia mục tiêu A là: $OA = 25$ m.

Khoảng cách từ vị trí bắn ban đầu O đến bia mục tiêu B là: $OB = 25$ m.

Khoảng cách từ vị trí bắn ban đầu O đến vị trí ngắm bắn mới C là: $OC = 25$ m.

Suy ra $OA = OB = OC = 25$ m.

Vì ba điểm A , B và C cùng cách đều điểm O một khoảng không đổi (bằng 25 m)

nên $A, B, C \in (O; 25 \text{ m})$.

Trong đường tròn (O) , ta xét cung nhỏ AB có $\widehat{AOB}$ chính là góc ở tâm chắn cung nhỏ AB nên $\widehat{AOB} = 42^\circ$.

Mà góc quan sát từ vị trí C là $\widehat{ACB}$ nên $\widehat{ACB}$ chính là góc nội tiếp chắn cung nhỏ AB .

$$\text{Do đó } \widehat{ACB} = \frac{1}{2} \cdot \widehat{AOB}.$$

$$\text{Thay số đo } \widehat{AOB} = 42^\circ \text{ vào công thức trên, ta tính được: } \widehat{ACB} = \frac{1}{2} \cdot 42^\circ = 21^\circ$$

Vậy tại vị trí C , cung thủ sẽ quan sát hai bia mục tiêu A và B dưới một góc bắn là 21° .

Bài 6.

- a) Ta có: $\widehat{MED} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) nên $\widehat{MES} = 90^\circ$.

$$\text{Ta lại có: } \begin{cases} SM = SN \\ OM = ON = R \end{cases} \quad (\text{tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau})$$

Suy ra OS là đường trung trực của MN .

Nên $SO \perp MN$ tại I hay $\widehat{MIS} = 90^\circ$.

Hơn nữa, ΔMES vuông tại E (do $\widehat{MES} = 90^\circ$)

Nên ΔMES nội tiếp đường tròn đường kính MS . (1)

Mặt khác, ΔMIS vuông tại I (do $\widehat{MIS} = 90^\circ$)

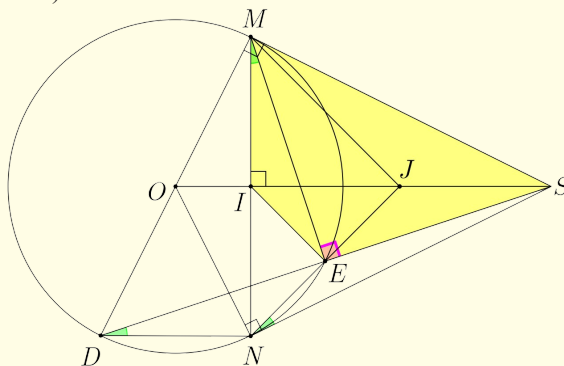
Nên ΔMIS nội tiếp đường tròn đường kính MS . (2)

Từ (1) và (2) suy ra 4 điểm M, I, E, S cùng thuộc đường tròn đường kính MS .

Do đó, tứ giác $MIES$ nội tiếp đường tròn.

- b) Xét ΔSEM và ΔSMD có

$$\begin{cases} \widehat{MSD} \text{ chung} \\ \widehat{MES} = \widehat{SMD} = 90^\circ \end{cases}$$



Suy ra $\triangle SEM \sim \triangle SMD$ (g.g)

$$\text{Nên } \frac{SE}{SM} = \frac{SM}{SD} \text{ hay } SM^2 = SE \cdot SD.$$

$$\text{Mà } SN = SM \text{ hay } SN^2 = SM^2$$

$$\text{Nên } SN^2 = SM^2 = SE \cdot SD$$

Xét $\triangle SNE$ và $\triangle SDN$ có

$$\begin{cases} \widehat{DSN} \text{ chung} \\ \frac{SN}{SD} = \frac{SE}{SN} (SN^2 = SE \cdot SD) \end{cases}$$

Suy ra $\triangle SNE \sim \triangle SDN$ (c.g.c)

$$\text{Nên } \widehat{SNE} = \widehat{SDN} = \widehat{EMN}$$

$$\text{c) Ta có: } \cos \widehat{MOI} = \frac{OI}{OM} \text{ nên } OI = OM \cdot \cos \widehat{MOI} = OM \cdot \cos \widehat{MOS} = OM \cdot \frac{OM}{OS} = \frac{R}{2}.$$

$$\text{Suy ra } SI = OS - OI = \frac{3R}{2}.$$

Ta lại có: $\widehat{MNE} = \widehat{MDE}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung ME)

$$\text{Mà } \widehat{MDE} + \widehat{DME} = 90^\circ$$

$$\widehat{DME} + \widehat{SME} = 90^\circ$$

Nên $\widehat{MDE} = \widehat{SME}$ (cùng phụ với $\widehat{DME}$)

Hơn nữa, $\widehat{SME} = \widehat{SIE}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung SE của tứ giác $MIES$ nội tiếp)

$$\text{Do đó, } \widehat{MNE} = \widehat{SIE}.$$

Xét $\triangle JIE$ và $\triangle JNI$ có

$$\begin{cases} \widehat{IJN} \text{ chung} \\ \widehat{IEJ} = \widehat{JIN} = 90^\circ \end{cases}$$

Suy ra $\triangle JIE \sim \triangle JNI$ (g.g)

$$\text{Nên } \frac{JI}{JN} = \frac{JE}{JI} \text{ hay } JI^2 = JE \cdot JN \quad (3)$$

$$\text{Mà } \widehat{SNE} = \widehat{EMN} \text{ (cmt)}$$

và $\widehat{EMN} = \widehat{ISE}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung IE của tứ giác $MIES$ nội tiếp)

$$\text{Suy ra } \widehat{SNE} = \widehat{ISE} \text{ hay } \widehat{SNJ} = \widehat{JSE}$$

Xét $\triangle SJE$ và $\triangle NJS$ có

$$\begin{cases} \widehat{SJN} \text{ chung} \\ \widehat{SNJ} = \widehat{JSE} \text{ (cmt)} \end{cases}$$

Suy ra $\triangle SJE \sim \triangle NJS$ (g.g)

$$\text{Nên } \frac{SJ}{NJ} = \frac{JE}{JS} \text{ hay } SJ^2 = JE \cdot JN \quad (4)$$

$$\text{Từ (3) và (4) suy ra } SJ^2 = JI^2 \text{ nên } SJ = JI = \frac{SI}{2}.$$

$$\text{Lại có: } \cos \widehat{MOS} = \frac{OM}{OS} = \frac{R}{2R} = \frac{1}{2} \text{ nên } \widehat{MOS} = 60^\circ.$$

$$\sin \widehat{MOI} = \frac{MI}{OM} \text{ nên } MI = OM \cdot \sin \widehat{MOI} = R \cdot \sin 60^\circ = \frac{R\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Vậy } S_{\triangle JMN} = \frac{1}{2} JI \cdot MN = \frac{1}{2} \cdot \frac{SI}{2} \cdot 2MI = \frac{1}{2} \cdot \frac{3R}{4} \cdot 2 \cdot \frac{R\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}R^2}{8} \text{ (đvdt)}.$$

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ GIỮA HỌC KÌ II – ĐỀ SỐ 8

Bài 1.

a) Lập bảng giá trị:

x	-4	-2	0	2	4
$y = \frac{1}{4}x^2$	4	1	0	1	4

Vẽ đồ thị (P) như hình vẽ.

b) Theo đề bài ta có: $y = x$ thay vào (P) : $y = \frac{1}{4}x^2$, ta được:

$$\frac{1}{4}x^2 = x$$

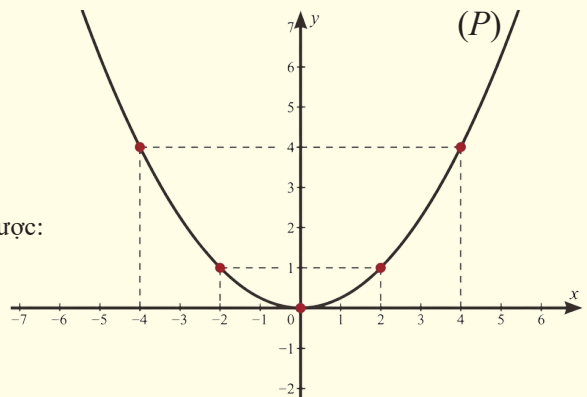
$$\frac{1}{4}x^2 - x = 0$$

Suy ra $x = 0$ hoặc $x = 4$.

Với $x = 0$ thì $y = 0$ (loại).

Với $x = 4$ thì $y = 4$ (nhận).

Vậy các điểm cần tìm là $M(4;4)$.



Bài 2.

a) $5x^2 - 7x + 2 = 0$

Ta có: $a + b + c = 5 + (-7) + 2 = 0$

Nên phương trình có 2 nghiệm $x = 1$; $x = \frac{c}{a} = \frac{2}{5}$.

Vậy $x = 1$; $x = \frac{2}{5}$ là nghiệm của phương trình.

b) $(x-1)^2 + 4 = 3x$

$$x^2 - 2x + 1 + 4 - 3x = 0$$

$$x^2 - 5x + 5 = 0$$

$$\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = 5 > 0$$

Nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-5) + \sqrt{5}}{2 \cdot 1} = \frac{5 + \sqrt{5}}{2}; \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-5) - \sqrt{5}}{2 \cdot 1} = \frac{5 - \sqrt{5}}{2}.$$

Vậy $x = \frac{5 + \sqrt{5}}{2}$; $x = \frac{5 - \sqrt{5}}{2}$ là nghiệm của phương trình.

Bài 3.

a) $x^2 - 5x + 1 = 0$

Ta có: $\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 21 > 0$

Nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

b) Áp dụng định lý Viète, ta có: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 5$; $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = 1$.

Lại có: $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 5^2 - 2 \cdot 1 = 23$.

$$\begin{aligned} T &= x_1(2026 - x_1) + x_2(2026 - x_2) = 2026x_1 - x_1^2 + 2026x_2 - x_2^2 \\ &= 2026(x_1 + x_2) - (x_1^2 + x_2^2) = 2026 \cdot 5 - 23 = 10107. \end{aligned}$$

Bài 4.

Gọi khối lượng dung dịch ở ngăn 1 là x (kg). Điều kiện: $0 < x < 500$.

Vì khối lượng dung dịch trong bồn là 500 kg nên khối lượng dung dịch ở ngăn 2 là $500 - x$ (kg).

Nồng độ phần trăm của muối trong ngăn 1 là: $\frac{10}{x}$.

Nồng độ phần trăm của muối trong ngăn 2 là: $\frac{6}{500 - x}$.

Theo dữ kiện đề bài, nồng độ muối của ngăn 1 lớn hơn ngăn 2 là $3\% = \frac{3}{100}$, nên ta có phương trình:

$$\frac{10}{x} - \frac{6}{500 - x} = \frac{3}{100}$$

$$\frac{1000(500 - x)}{100x(500 - x)} - \frac{600x}{100x(500 - x)} = \frac{3x(500 - x)}{100x(500 - x)}$$

$$1000(500 - x) - 600x = 3x(500 - x)$$

$$3x^2 - 3100x + 500000 = 0$$

Giải phương trình trên ta được:

$$x_1 = \frac{2500}{3} \approx 833,3 \text{ (loại vì khối lượng không thể vượt quá 500 kg)}$$

$$x_2 = 200 \text{ (nhận)}$$

Vậy khối lượng dung dịch ở ngăn 1 là 200 kg;

khối lượng dung dịch ở ngăn 2 là $500 - 200 = 300$ kg.

Bài 5.

a) Xét $\triangle AOB$ có $\widehat{AOB} = 90^\circ$ nên $\triangle AOB$ vuông tại O .

Áp dụng định lý Pythagore: $AB^2 = OA^2 + OB^2$

$$AB = \sqrt{OA^2 + OB^2}$$

$$AB = \sqrt{50^2 + 50^2}$$

$$AB = \sqrt{5000}$$

$$AB \approx 70,7 \text{ cm.}$$

Vậy chiều rộng mặt nước khoảng 70,7 cm.

Độ dài phần ống cống bị ngập nước chính là độ dài cung nhỏ AB .

$$\text{Ta có: } \ell = \frac{\pi R n}{180} = \frac{3,14 \cdot 50 \cdot 90}{180} = 78,5 \text{ cm.}$$

b) Diện tích hình quạt tròn AOB (S_1):

$$S_1 = \frac{\pi R^2 n}{360} = \frac{\pi \cdot 50^2 \cdot 90}{360} = 1962,5 \text{ cm}^2.$$

Diện tích tam giác vuông AOB (S_2):

$$S_2 = S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot 50 \cdot 50 = 1250 \text{ cm}^2.$$

Diện tích hình viên phân (diện tích mặt cắt của nước).

$$S = S_1 - S_2 = 1962,5 - 1250 = 712,5 \text{ cm}^2.$$

Bài 6.

a) Ta có: $\triangle ABO$ vuông tại B (do AB là tiếp tuyến)

nên $\triangle ABO$ nội tiếp đường tròn đường kính OA . (1)

$$AB = \sqrt{OA^2 - OB^2} = \sqrt{(2R)^2 - R^2} = R\sqrt{3}$$

Do (3) nên ta có $AH = \frac{AB^2}{OA} = \frac{3R^2}{2R} = \frac{3R}{2}$

Mà $S_{\Delta ABO} = \frac{1}{2} BH \cdot OA = \frac{1}{2} AB \cdot OB$

Suy ra $BH \cdot OA = AB \cdot OB$

Nên $BH = \frac{AB \cdot OB}{OA} = \frac{R\sqrt{3} \cdot R}{2R} = \frac{R\sqrt{3}}{2}$.

Và H là trung điểm của BC nên $HC = BH = \frac{R\sqrt{3}}{2}$ và $BC = 2BH = R\sqrt{3}$.

Xét ΔBCD vuông tại C có: $BD^2 = BC^2 + DC^2$ (định lý Pythagore)

Nên $DC = \sqrt{BD^2 - BC^2} = \sqrt{(2R)^2 - (R\sqrt{3})^2} = R$.

Hơn nữa, $OA \parallel DC$ (vì cùng vuông góc BC) nên $\widehat{HAF} = \widehat{CDF}$ (so le trong)

Xét ΔDCF và ΔAHF có

$\widehat{DFC} = \widehat{AFH}$ (hai góc đối đỉnh)

$\widehat{CDF} = \widehat{HAF}$ (cmt)

Suy ra $\Delta DCF \sim \Delta AHF$ (g.g)

Nên $\frac{FC}{FH} = \frac{DC}{AH}$

$$\frac{FC}{FH} = \frac{R}{\frac{3R}{2}} = \frac{2}{3}$$

Suy ra $FH = \frac{3}{2}FC$.

Mà $HC = FC + FH = FC + \frac{3}{2}FC = \frac{5}{2}FC = \frac{R\sqrt{3}}{2}$ nên $FC = \frac{R\sqrt{3}}{5}$.

Mặt khác, $\widehat{CIF} = \widehat{CBD}$ (cùng phụ với $\widehat{BDC}$)

Xét ΔICF và ΔBCD có

$$\begin{cases} \widehat{ICF} = \widehat{BCD} = 90^\circ \\ \widehat{CIF} = \widehat{CBD} \text{ (cmt)} \end{cases}$$

Suy ra $\Delta ICF \sim \Delta BCD$ (g.g)

Nên $\frac{IF}{BD} = \frac{FC}{DC}$

$$IF = \frac{BD \cdot FC}{DC}$$

$$IF = \frac{2R \cdot \frac{R\sqrt{3}}{5}}{R}$$

$$IF = \frac{2R\sqrt{3}}{5}.$$

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ GIỮA HỌC KÌ II – ĐỀ SỐ 9

Bài 1.

a) Lập bảng giá trị.

x	-4	-2	0	2	4
$y = \frac{1}{2}x^2$	8	2	0	2	8

Đồ thị (P) được vẽ như hình.

b) Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x$ và (P) là

ng nghiệm của phương trình $\frac{1}{2}x^2 = x$

$$\frac{1}{2}x^2 - x = 0$$

$$x\left(\frac{1}{2}x - 1\right) = 0$$

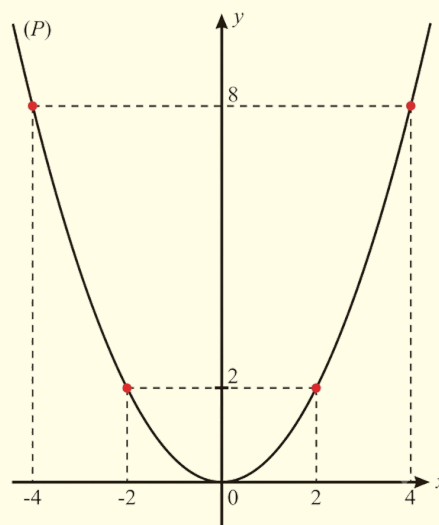
$$x = 0 \text{ hoặc } \frac{1}{2}x - 1 = 0$$

$$x = 0 \text{ hoặc } x = 2$$

Với $x = 0$ suy ra $y = 0$

Với $x = 2$ suy ra $y = 2$

Vậy toạ độ giao điểm là $(0;0)$ và $(2;2)$.



Bài 2.

a) $2x^2 - 3x - 5 = 0$ ($a = 2; b = -3; c = -5$)

Ta có $a - b + c = 2 + 3 - 5 = 0$

Nên $x_1 = -1$ và $x_2 = \frac{-c}{a} = \frac{5}{2}$.

b) $(2x - 1)^2 = x^2 + 3x$

$$4x^2 - 4x + 1 - x^2 - 3x = 0$$

$$3x^2 - 7x + 1 = 0 \quad (a = 3; b = -7; c = 1)$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 49 - 12 = 37 > 0$$

Nên phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{7 + \sqrt{37}}{6}; x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{7 - \sqrt{37}}{6}$

Bài 3.

$$3x^2 - 4x - 6 = 0 \quad (a = 3; b = -4; c = -6)$$

a) $\Delta = b^2 - 4ac = 16 + 72 = 88 > 0$

Nên phương trình có hai nghiệm phân biệt.

b) Theo định lí Viète, ta có: $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{4}{3}$ và $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = -2$

$$M = x_1^2 + x_2^2 - 3x_1x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 - 3x_1x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 5x_1x_2$$

$$= \left(\frac{4}{3}\right)^2 - 5 \cdot (-2) = \frac{106}{9}$$



Bài 4.

Gọi chiều rộng của căn phòng là x (m) ($x > 0$).

Khi đó chiều dài của căn phòng là $\frac{80}{x}$ (m).

Diện tích căn phòng là 80 m^2 , nên tiền lát nền là $220\,000 \cdot 80 = 17\,600\,000$ (đồng)

Do cửa ra vào rộng $1,2$ m, không lắp len nên chiều dài len cần dùng là $2\left(x + \frac{80}{x}\right) - 1,2$ (m)

Tiền lắp len chân tường là $20.95000 + 90\% \cdot 95000 \cdot \left[2\left(x + \frac{80}{x}\right) - 1,2 - 20\right]$ (đồng)

Theo đề bài, ta có phương trình:

$$17\,600\,000 + 20.95000 + 90\% \cdot 95000 \cdot \left[2\left(x + \frac{80}{x}\right) - 1,2 - 20\right] = 20765400$$

$$19500000 + 85500 \left[2\left(x + \frac{80}{x}\right) - 21,2\right] = 20765400$$

$$85500 \left[2\left(x + \frac{80}{x}\right) - 21,2\right] = 1265400$$

$$2\left(x + \frac{80}{x}\right) - 21,2 = 14,8$$

$$x + \frac{80}{x} = 18$$

$$x^2 - 18x + 80 = 0$$

Giải phương trình ta được $x_1 = 8$ và $x_2 = 10$.

Với $x_1 = 8$ thì chiều dài là 10 m (nhận)

Với $x_2 = 10$ thì chiều dài là 8 m (loại vì chiều dài bé hơn chiều rộng)

Vậy chiều rộng và chiều dài của căn phòng là 8 m và 10 m.

Bài 5.

Ta có $\widehat{AOC} = 2\widehat{ABC} = 2 \cdot 50^\circ = 100^\circ$ (góc ở tâm và góc nội tiếp cùng chắn cung AC)

Kẻ đường cao OE của ΔAOC cân tại O (vì $OA = OC = 3$ cm)

Suy ra OE cũng là đường phân giác và trung tuyến.

Nên $\widehat{AOE} = 50^\circ$.

Trong tam giác vuông AOE có:

$$\sin \widehat{AOE} = \frac{AE}{AO} \text{ suy ra } AE = AO \cdot \sin \widehat{AOE} = 3 \cdot \sin 50^\circ, \text{ nên } AC = 2AE = 6 \cdot \sin 50^\circ$$

$$\text{Và } \cos \widehat{AOE} = \frac{OE}{AO} \text{ nên } OE = AO \cdot \cos \widehat{AOE} = 3 \cdot \cos 50^\circ$$

$$\text{Diện tích } \Delta AOC \text{ là } \frac{1}{2} OE \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 3 \cos 50^\circ \cdot 6 \sin 50^\circ = 9 \cos 50^\circ \cdot \sin 50^\circ$$

$$\text{Diện tích hình quạt } AOC \text{ là } \frac{\pi R^2 n}{360} = \frac{\pi \cdot 9 \cdot 100}{360} = 2,5\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{Vậy diện tích hình viên phân là } 2,5\pi - 9 \cos 50^\circ \cdot \sin 50^\circ \approx 3,42 \text{ (cm}^2\text{)}$$



Bài 6.

a) Chứng minh tứ giác $AFHE$ là tứ giác nội tiếp và $AF \cdot AB = AH \cdot AD$.

* $\triangle AFH$ vuông tại F (gt) có M là trung điểm của AH nên A, F, H thuộc đường tròn tâm M đường kính AH (1)

$\triangle AEH$ vuông tại E (gt) có M là trung điểm của AH nên A, E, H thuộc đường tròn tâm M đường kính AH (2)

Từ (1) và (2) suy ra tứ giác $AFHE$ là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính AH .

* Xét $\triangle AFH$ và $\triangle ADB$ có $\widehat{A}$ chung và $\widehat{AFH} = \widehat{ADC} = 90^\circ$

Nên $\triangle AFH \sim \triangle ADB$ (g-g)

Suy ra $\frac{AF}{AD} = \frac{AH}{AB}$ hay $AF \cdot AB = AH \cdot AD$.

b) Chứng minh $\widehat{ZBE} + \widehat{ZCF} = \widehat{ABE}$ và $BZ \perp CZ$.

Chứng minh tương tự ta có các tứ giác $BFHD$; $CEHD$; $BFEC$ lần lượt nội tiếp các đường tròn đường kính BH ; CH ; BC .

Gọi Z là giao điểm của hai đường phân giác $\widehat{FBE}$, $\widehat{FCE}$.

Xét đường tròn đường kính BC có $\widehat{FBE} = \widehat{FCE}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung FE)

Ta có $\widehat{B}_1 + \widehat{C}_1 = \frac{\widehat{ABE}}{2} + \frac{\widehat{ACF}}{2} = \widehat{ABE}$.

Mặt khác $\widehat{B}_3 = \widehat{HAE}$ (cùng phụ $\widehat{ACB}$) và $\widehat{C}_3 = \widehat{HAF}$ (cùng phụ $\widehat{ABC}$)

Do đó $\widehat{B}_1 + \widehat{C}_1 + \widehat{B}_3 + \widehat{C}_3 = \widehat{ABE} + \widehat{HAE} + \widehat{HAF} = 90^\circ$

Nên $\triangle ZBC$ vuông tại Z .

Suy ra $BZ \perp CZ$.

c) Chứng minh M, Z, N thẳng hàng.

Từ $\triangle ZBC$ vuông tại Z suy ra Z thuộc đường tròn tâm N đường kính BC .

Ta lại có $\widehat{B}_2 = \widehat{C}_2$ (vì $\widehat{FBC} = \widehat{FCE}$)

Nên trong đường tròn tâm N có $\widehat{FZ} = \widehat{ZE}$

Do đó $\widehat{FNZ} = \widehat{ZNE}$ (hai góc ở tâm chắn hai cung $\widehat{FZ} = \widehat{ZE}$)

Xét $\triangle FNZ$ và $\triangle ENZ$ có

$FN = NE$ (bằng bán kính đường tròn tâm N); $\widehat{FNZ} = \widehat{ZNE}$ (cmt); NZ chung

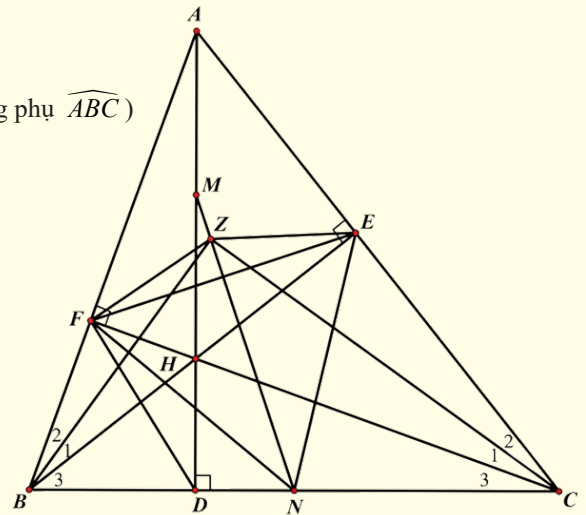
Suy ra $\triangle FNZ = \triangle ENZ$ (c-g-c)

Nên $FZ = ZE$ (3)

Trong đường tròn tâm M và tâm N có:

$MF = ME$; $NF = NE$ (cùng bằng bán kính) (4)

Từ (3) và (4) suy ra M, Z, N cùng thuộc đường trung trực của đoạn thẳng EF , nên M, Z, N thẳng hàng.



HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ CUỐI HỌC KÌ II – ĐỀ SỐ 5

Bài 1.

a) Lập bảng giá trị của hàm số.

x	-4	-2	0	2	4
$y = \frac{-1}{2}x^2$	-8	-2	0	-2	-8

Đồ thị hàm số (P) được vẽ như hình.

b) Gọi $M(x, 2x)$ là điểm thuộc (P) .

Thay vào (P) ta được:

$$2x = \frac{-1}{2}x^2$$

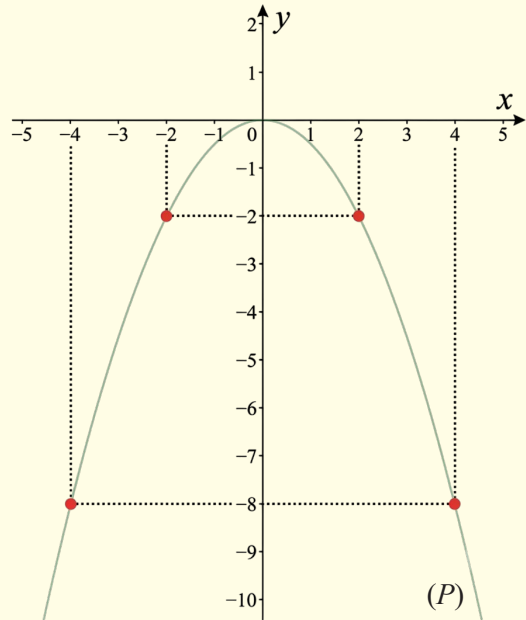
$$x^2 + 4x = 0$$

$$x = 0 \text{ hay } x = -4$$

Với $x = 0$ suy ra $y = 2 \cdot 0 = 0$ (loại)

Với $x = -4$ suy ra $y = 2 \cdot (-4) = -8$ (nhận)

Vậy $M(-4, -8)$ thuộc (P) .



Bài 2.

a) Ta có: $\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-6) = 88 > 0$

Suy ra phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

b) Vì phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt

$$\text{Nên theo định lý Viète, ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{4}{3} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-6}{3} = -2 \end{cases}$$

$$A = \frac{2x_1}{x_2 - 3} + \frac{2x_2}{x_1 - 3} - 6x_1^2x_2 - 6x_1x_2^2$$

$$A = \frac{2x_1^2 - 6x_1 + 2x_2^2 - 6x_2}{x_1x_2 - 3x_1 - 3x_2 + 9} - 6x_1^2x_2 - 6x_1x_2^2$$

$$A = \frac{2(x_1^2 + x_2^2) - 6(x_1 + x_2)}{x_1x_2 - 3(x_1 + x_2) + 9} - 6x_1x_2(x_1 + x_2)$$

$$A = \frac{2[(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2] - 6(x_1 + x_2)}{x_1x_2 - 3(x_1 + x_2) + 9} - 6x_1x_2(x_1 + x_2)$$

$$A = \frac{2\left[\left(\frac{4}{3}\right)^2 - 2 \cdot (-2)\right] - 6 \cdot \frac{4}{3}}{-2 - 3 \cdot \frac{4}{3} + 9} - 6 \cdot (-2) \cdot \frac{4}{3} = \frac{464}{27}$$

Bài 3.

a) Trường trung học cơ sở X có tổng cộng là

$$221 + 252 + 138 + 131 = 742 \text{ (học sinh)}$$

b) Số các kết quả có thể xảy ra là $n(\Omega) = 742$.

Số các kết quả thuận lợi của biến cố A là $n(A) = 131$.

Xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{131}{742}$.

Số các kết quả thuận lợi của biến cố B là: $n(B) = 221 + 138 = 359$.

Xác suất của biến cố B là: $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{359}{742}$.

Bài 4.

a) Biểu thức biểu thị diện tích trồng hoa là

$$S = (x - 4)(x + 6) = x^2 + 2x - 24 \text{ (m}^2\text{)}$$

b) Khi diện tích trồng hoa là 936 m^2 thì

$$x^2 + 2x - 24 = 936$$

$$x^2 + 2x - 960 = 0$$

$$x = 30 \text{ hay } x = -32 \text{ (loại)}$$

Vậy chiều rộng khu vườn là 30 m .

Chiều dài khu vườn là $30 + 10 = 40 \text{ m}$.

Bài 5.

a) Bán kính mặt đáy của thùng là: $3,6 : 2 = 1,8 \text{ dm}$.

Diện tích xung quanh của thùng là: $S = 2\pi rh = 2\pi \cdot 1,8 \cdot 4 \approx 45,2 \text{ dm}^2$.

b) Đổi $1,5 \text{ m}^3 = 1500 \text{ dm}^3$

Thể tích của thùng là: $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 1,8^2 \cdot 4 = 12,96\pi \text{ dm}^3$.

Số thùng nước cần dùng là: $1500 : (90\% \cdot 12,96\pi) \approx 40,9 \approx 41$ thùng.

Vậy bác Năm cần phải đổ ít nhất 41 thùng thì đầy bể chứa.

Bài 6.

Gọi x (ngày) là số ngày đội 1 làm riêng thì hoàn thành công việc.

y (ngày) là số ngày đội 2 làm riêng thì hoàn thành công việc.

z (ngày) là số ngày đội 3 làm riêng thì hoàn thành công việc.

Điều kiện: $x; y; z > 0$

Năng suất làm trong 1 ngày của đội 1 là: $\frac{1}{x}$

Năng suất làm trong 1 ngày của đội 2 là: $\frac{1}{y}$

Năng suất làm trong 1 ngày của đội 3 là: $\frac{1}{z}$

Vì năng suất đội 3 là trung bình cộng của năng suất đội 1 và đội 2 nên

$$\frac{1}{z} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) \text{ hay } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}$$

Lại có nếu ba đội làm chung được 4 ngày thì đội ba được điều động làm công việc khác, hai đội còn lại cùng làm thêm 12 ngày nữa thì hoàn thành công việc nên:

$$4 \cdot \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) + 12 \cdot \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) = 1$$



$$4 \cdot \left(\frac{2}{z} + \frac{1}{z} \right) + 12 \cdot \left(\frac{2}{z} \right) = 1$$

$$\frac{12}{z} + \frac{24}{z} = 1$$

$$\frac{36}{z} = 1$$

$$z = 36$$

Mặt khác, nếu mỗi đội làm $\frac{1}{3}$ công việc thì phải mất 37 ngày mới xong, tức là

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{3} + \frac{z}{3} = 37$$

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{3} + \frac{36}{3} = 37$$

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{3} = 25$$

$$x + y = 75$$

$$\text{Mà ta đã có: } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}$$

$$\frac{x+y}{xy} = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$$

$$xy = 18(x+y) = 18 \cdot 75 = 1350$$

Vậy x, y là hai nghiệm của phương trình: $X^2 - 75X + 1350 = 0$

Phương trình có 2 nghiệm $X_1 = 30; X_2 = 45$.

Vì năng suất đội 1 cao hơn năng suất đội 2 nên $\frac{1}{x} > \frac{1}{y}$; tức là $y > x$.

Nên từ phương trình trên ta chọn $x = 30; y = 45$.

Vậy nếu làm riêng thì đội 1 hoàn thành công việc trong 30 ngày, đội 2 hoàn thành công việc trong 45 ngày, đội 3 hoàn thành công việc trong 36 ngày.

Bài 7.

a) Chứng minh $\triangle BDC; \triangle BEC$ là các tam giác vuông và tứ giác $ADHE$ nội tiếp.

Ta có:

$$\widehat{BDC} = \widehat{BEC} = 90^\circ \text{ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)}$$

Nên $\triangle BDC, \triangle BEC$ là các tam giác vuông

$$\text{Mà } \widehat{BDC} + \widehat{ADC} = 180^\circ, \widehat{BEC} + \widehat{AEB} = 180^\circ \text{ (hai góc kề bù)}$$

$$\text{Nên } \widehat{ADC} = 90^\circ, \widehat{AEB} = 90^\circ$$

Suy ra $\triangle ADH, \triangle AEH$ là các tam giác vuông.

Do đó $\triangle ADH, \triangle AEH$ nội tiếp đường tròn đường kính AH .

Vậy tứ giác $ADHE$ nội tiếp đường tròn đường kính AH .

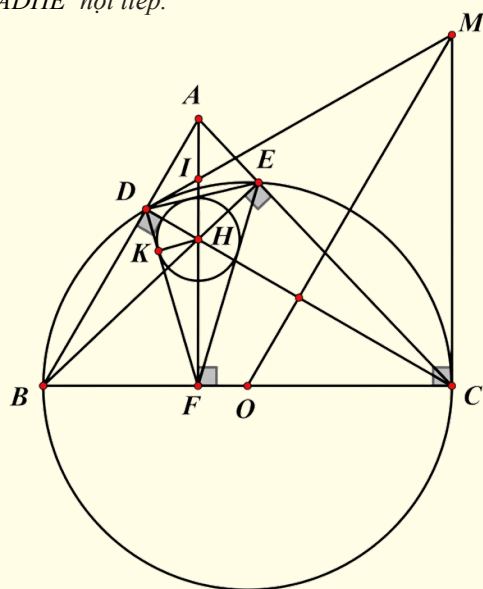
b) Chứng minh $HB \cdot DE = HD \cdot BC$ và 3 điểm $M; I; D$ thẳng hàng.

Xét $\triangle HDE$ và $\triangle HBC$, ta có:

$$\widehat{DHE} = \widehat{BHC} \text{ (hai góc đối đỉnh)}$$

$$\widehat{EDH} = \widehat{CBH} \text{ (cùng chắn cung } \widehat{EC} \text{ trong đường tròn } (O))$$

Suy ra $\triangle HDE \sim \triangle HBC$ (góc - góc)



Nên $\frac{HD}{HB} = \frac{DE}{BC}$ hay $HD \cdot BC = HB \cdot DE$

Xét $\triangle ABC$ có BE và CD là hai đường cao cắt nhau tại H .

Nên AH là đường cao thứ ba.

Suy ra $AH \perp BC$ tại F .

Xét $\triangle ADH$ vuông tại D có DI là đường trung tuyến.

Nên $DI = AI = IH = \frac{1}{2}AH$.

Suy ra $\triangle ADI$ cân tại I nên $\widehat{IAD} = \widehat{IDA}$.

Lại có $\triangle OBD$ cân tại O (do $OB = OD = R$)

Nên $\widehat{OBD} = \widehat{ODB}$

$\widehat{ODB} + \widehat{IDA} = \widehat{OBD} + \widehat{IAD} = 90^\circ$

$\widehat{IDO} = 90^\circ$

Mà $\widehat{MDO} = \widehat{MCO} = 90^\circ$ (tính chất đối xứng của đường trung trực)

Vậy $M; I; D$ thẳng hàng.

c) Tính độ dài HK theo a .

Xét $\triangle BDC$ vuông tại D có

$BD = BC \cdot \cos \widehat{DBC} = 2a \cdot \cos 60^\circ = a$

$DC = BC \cdot \sin \widehat{DBC} = 2a \cdot \sin 60^\circ = a\sqrt{3}$

$CF = BC - BF = 2a - \frac{3a}{4} = \frac{5a}{4}$

Xét $\triangle CDB$ và $\triangle CFH$, ta có

$\widehat{CDB} = \widehat{CFH} = 90^\circ$

$\widehat{BCD}$ chung

Suy ra $\triangle CDB \sim \triangle CFH$ (góc – góc)

Nên $\frac{HF}{BD} = \frac{CF}{CD}$, do đó $HF = \frac{BD \cdot CF}{CD} = \frac{a \cdot \frac{5}{4}a}{a\sqrt{3}} = \frac{5a}{4\sqrt{3}}$.

$\triangle BFH$ vuông tại F nên $BH = \sqrt{BF^2 + HF^2} = \sqrt{\frac{9}{16}a^2 + \frac{25}{48}a^2} = \frac{a\sqrt{13}}{2\sqrt{3}}$.

$\triangle BDH$ vuông tại D nên $DH = \sqrt{BH^2 - BD^2} = \sqrt{\frac{13}{12}a^2 - a^2} = \frac{a}{2\sqrt{3}}$.

Chứng minh được tứ giác $BDHF$ nội tiếp đường tròn đường kính BH (vì $\triangle HDB$, $\triangle HFB$ là các tam giác vuông)

Suy ra $\widehat{HDF} = \widehat{HBF}$ (cùng chắn cung HF của đường tròn đường kính BH)

Chứng minh được $\triangle HDK \sim \triangle HBF$ (góc – góc)

Nên $\frac{HB}{HD} = \frac{HF}{HK}$, do đó $HK = \frac{HD \cdot HF}{HB} = \frac{\frac{a}{2\sqrt{3}} \cdot \frac{5a}{4\sqrt{3}}}{\frac{a\sqrt{13}}{2\sqrt{3}}} = \frac{5a\sqrt{39}}{156}$.

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ CUỐI HỌC KÌ II – ĐỀ SỐ 6

Bài 1.

a) Lập bảng giá trị:

x	-4	-2	0	2	4
$y = \frac{1}{4}x^2$	4	1	0	1	4

Đồ thị hàm số (P) được vẽ như hình.

b) Gọi $A(x; x-1)$ là điểm thuộc (P) .

Thay vào (P) ta được:

$$x-1 = \frac{1}{4}x^2$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

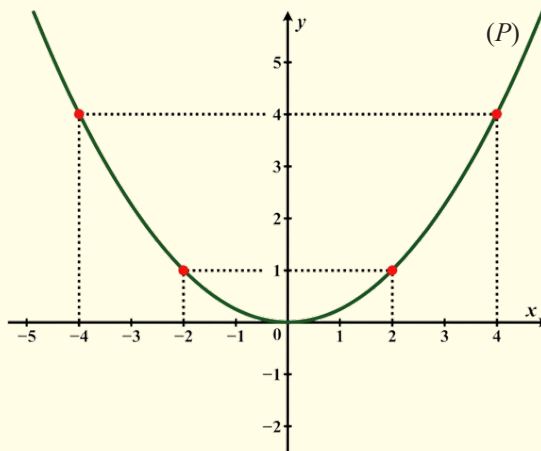
$$(x-2)^2 = 0$$

$$x-2 = 0$$

$$x = 2$$

$$y = x-1 = 2-1 = 1$$

Vậy điểm $A(2;1)$ là điểm cần tìm.



Bài 2. Cho phương trình $2x^2 + 15x + 8 = 0$.

a) Ta có: $\Delta = b^2 - 4ac = (15)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 8 = 161 > 0$

Vậy phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt $x_1; x_2$.

b) Vì phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt nên theo định lý Viète ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{-15}{2} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{8}{2} = 4 \end{cases}$$

$$A = 4x_1 \cdot (x_1 + x_2) + 4x_2^2 - 6$$

$$A = 4x_1^2 + 4x_1 \cdot x_2 + 4x_2^2 - 6$$

$$A = 4(x_1^2 + x_2^2) + 4x_1 x_2 - 6$$

$$A = 4[(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2] + 4x_1 x_2 - 6$$

$$A = 4\left[\left(\frac{-15}{2}\right)^2 - 2 \cdot 4\right] + 4 \cdot 4 - 6 = 203$$

Bài 3.

Nhìn vào biểu đồ ta thấy số học sinh tham gia thể thao ở các khối lớp

Lớp 6 có tất cả: 7 nam + 9 nữ = 16 học sinh

Lớp 7 có tất cả: 9 nam + 7 nữ = 16 học sinh

Lớp 8 có tất cả: 9 nam + 10 nữ = 19 học sinh

Lớp 9 có tất cả: 10 nam + 8 nữ = 18 học sinh

Không gian mẫu là $16 + 16 + 19 + 18 = 69$ học sinh.

- a) A : “Học sinh được chọn là nam”

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $7 + 9 + 9 + 10 = 35$ học sinh

Xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{35}{69}$.

- b) B : “Học sinh được chọn là nữ và không thuộc khối 9”

Số kết quả thuận lợi cho biến cố B là: $9 + 7 + 10 = 26$ học sinh

Xác suất của biến cố B là: $P(B) = \frac{26}{69}$.

Bài 4.

- a) Viết biểu thức thu gọn diện tích phần bị cắt bỏ theo x biết $\pi \approx 3,14$

Diện tích phần bị cắt bỏ là: $x^2 - 3,14 \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^2 = 0,215x^2$.

- b) Vì diện tích phần bị bỏ đi bằng 344 cm^2 nên ta có:

$$0,215x^2 = 344$$

$$x^2 = 1600$$

$$x \approx 40 \text{ hay } x \approx -40$$

Vậy độ dài cạnh của tấm bìa là 40 cm.

Bài 5.

- a) Thể tích trong li nước lúc đầu là: $\pi \cdot 3^2 \cdot 5 = 45\pi \approx 141,4 \text{ cm}^3$

- b) Thể tích mỗi viên bi sắt là: $V = \frac{4}{3}\pi \cdot 1^3 = \frac{4}{3}\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

Chiều cao của mực nước trong li sau khi thả 6 viên bi vào là $h = \frac{V}{\pi \cdot R^2} = \frac{45\pi + 6 \cdot \frac{4}{3}\pi}{\pi \cdot 3^2} \approx \frac{53}{9} \text{ cm}$

Chiều cao của mực nước trong li sau khi thả 6 viên bi vào li khoảng $\frac{53}{9} \text{ cm}$.

Bài 6.

Gọi x (h) là thời gian chảy đầy bể tính riêng vòi thứ nhất. Điều kiện: $x > 8$

Thời gian chảy đầy bể tính riêng của vòi thứ hai là: $x + 10$ (h).

Thời gian chảy đầy bể tính riêng của vòi thứ ba là: $x - 8$ (h).

Nếu vòi thứ nhất và vòi thứ hai cùng cung cấp nước thì thời gian làm đầy bể bằng với thời gian vòi thứ ba làm đầy bể, nghĩa là lượng nước chảy vào của vòi 1 và vòi 2 trong một giờ bằng với lượng nước của vòi 3 chảy vào trong 1 giờ nên ta có:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+10} = \frac{1}{x-8}$$

$$(x+10)(x-8) + x(x-8) = x(x+10)$$

$$x^2 - 8x + 10x - 80 + x^2 - 8x - x^2 - 10x = 0$$

$$x^2 - 16x - 80 = 0$$

$$x = 20 \text{ hay } x = -4$$

Với $x > 8$, chọn $x = 20$.



Vậy trong 1 giờ cả ba vòi chảy cùng lúc được: $\frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{12} = \frac{1}{6}$ (bể)

Do vậy, cả ba vòi chảy cùng lúc thì sau 6 giờ sẽ đầy bể.

Bài 7.

a) Ta có:

$AB = AC$ (tính chất 2 tiếp tuyến cắt tại A)

$OB = OC = R$

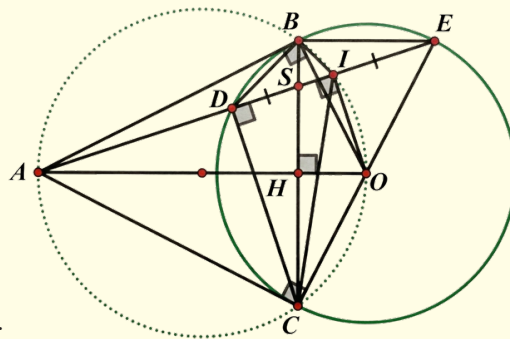
Suy ra OA là đường trung trực của BC .

Nên OA vuông góc với BC tại H .

Ta có $\triangle ODE$ cân tại O có OI là đường trung tuyến.

Vậy $\triangle ABO$, $\triangle AIO$, $\triangle ACO$ là các tam giác vuông, nên các tam giác này nội tiếp đường tròn đường kính OA .

Vậy 5 đỉnh $A; B; I; O; C$ cùng thuộc đường tròn đường kính OA .



b) Xét $\triangle ACH$ và $\triangle AOC$

$$\widehat{AHC} = \widehat{ACO} = 90^\circ$$

$\widehat{OAC}$ góc chung

Suy ra $\triangle ACH \sim \triangle AOC$ (góc – góc)

$$\text{Nên } \frac{AH}{AC} = \frac{AC}{AO} \text{ hay } AH \cdot AO = AC^2 \quad (1)$$

Ta có $\widehat{CDE} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$$\widehat{ADC} = 180^\circ - \widehat{CDE} = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ \quad (2 \text{ góc kề bù})$$

Chứng minh tương tự ta được $\triangle ACD \sim \triangle AEC$ (góc – góc).

$$\text{Nên } AE \cdot AD = AC^2 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } AH \cdot AO = AE \cdot AD \quad (3)$$

Xét $\triangle ASH$ và $\triangle AOI$ ta có

$$\widehat{HAS} = \widehat{OAI} \quad (\text{góc chung})$$

$$\widehat{AHS} = \widehat{AIO} = 90^\circ$$

Suy ra $\triangle ASH \sim \triangle AOI$ (góc – góc)

$$\text{Nên } \frac{AS}{AO} = \frac{AH}{AI} \text{ hay } AS \cdot AI = AH \cdot AO \quad (4)$$

$$\text{Từ (3) và (4) suy ra: } AS \cdot AI = AE \cdot AD.$$

Giả sử:

$$\frac{2}{AS} = \frac{1}{AD} + \frac{1}{AE} \quad (*)$$

$$\frac{2}{AS} = \frac{AE + AD}{AD \cdot AE}$$

$$\frac{2}{AS} = \frac{AI + IE + AI - ID}{AD \cdot AE}$$

$$\frac{2}{AS} = \frac{2AI}{AD \cdot AE}$$

$$AI \cdot AS = AD \cdot AE \quad (**)$$

Mà (**) đúng theo chứng minh trên nên (*) đúng.

c) Xét đường tròn (O), ta có

$$\widehat{BDE} = \widehat{BCE} \quad (2 \text{ góc nội tiếp cùng chắn cung } BE)$$

Xét đường tròn đường kính OA

$$\widehat{BIA} = \widehat{BCA} \quad (2 \text{ góc nội tiếp cùng chắn cung } AB)$$

$$\text{Vậy } \widehat{BDE} + \widehat{BIA} = \widehat{BCE} + \widehat{BCA} = 90^\circ$$

Suy ra $\triangle BDI$ vuông tại B.

Khi $OA = 3R$, tính được

$$AC = \sqrt{OA^2 - OC^2} = \sqrt{9R^2 - R^2} = \sqrt{8R^2} = 2\sqrt{2}R;$$

$$AE = \sqrt{AC^2 + CE^2} = \sqrt{(2\sqrt{2}R)^2 + (2R)^2} = \sqrt{12R^2} = 2\sqrt{3}R;$$

Lại có: $AC^2 = AD \cdot AE$

$$AD = \frac{AC^2}{AE} = \frac{8R^2}{2\sqrt{3}R} = \frac{4\sqrt{3}}{3}R$$

$$CD = \sqrt{AC^2 - AD^2} = \sqrt{8R^2 - \left(\frac{4\sqrt{3}}{3}R\right)^2} = \frac{2\sqrt{6}}{3}R$$

$$DE = \sqrt{CE^2 - CD^2} = \sqrt{4R^2 - \frac{8}{3}R^2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}R^2$$

$$DI = \frac{DE}{2} = \frac{\frac{2\sqrt{3}}{3}R}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}R$$

$$CH = \frac{AC \cdot OC}{OA} = \frac{2\sqrt{2}R \cdot R}{3R} = \frac{2\sqrt{2}R}{3}; \quad BC = 2CH = 2 \cdot \frac{2\sqrt{2}R}{3} = \frac{4\sqrt{2}}{3}R$$

$$OH = \frac{OC^2}{OA} = \frac{R^2}{3R} = \frac{R}{3}; \quad BE = 2OH = \frac{2}{3}R$$

$$BD = \frac{AB \cdot BE}{AE} = \frac{2\sqrt{2}R \cdot \frac{2}{3}R}{2\sqrt{3}R} = \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}R$$

$$BI = \sqrt{ID^2 - DB^2} = \frac{R}{3\sqrt{3}}$$

$$S_{CDBI} = S_{CDI} + S_{DBI}$$

$$S_{CDBI} = \frac{1}{2}CD \cdot DI + \frac{1}{2}BD \cdot BI$$

$$S_{CDBI} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2\sqrt{6}}{3}R \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}R + \frac{1}{2} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}R \cdot \frac{1}{3\sqrt{3}}R$$

$$S_{CDBI} = \frac{\sqrt{2}}{3}R^2 + \frac{\sqrt{2}}{27}R^2 = \frac{10\sqrt{2}}{27}R^2.$$

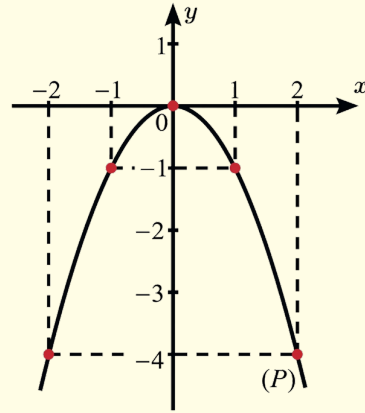
HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ CUỐI HỌC KÌ II – ĐỀ SỐ 7

Bài 1.

a) Lập bảng giá trị:

x	-2	-1	0	1	2
$y = -x^2$	-4	-1	0	-1	-4

Đồ thị (P) được vẽ như hình.



b) Ta có: $|y| = 2025$ nên $y = 2025$ (l) hay $y = -2025$ (n) kết hợp với $y = -x^2$, ta được

$$-x^2 = -2025$$

$$x^2 = 2025$$

Giải phương trình ta được $x = 45$ hay $x = -45$.

Vậy các điểm cần tìm là $M(45; -2025); M(-45; -2025)$.

Bài 2.

a) $4x^2 - 2x - 1 = 0$

Ta có: $\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-1) = 20 > 0$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

b) Áp dụng định lí Viète, ta có: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{1}{2}; x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-1}{4}$.

$$\text{Suy ra } x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{-1}{4}\right) = \frac{3}{4}.$$

$$\begin{aligned} T &= (x_1 - x_2)^2 - x_1 \left(x_1 - \frac{1}{2} \right) = (x_1^2 + x_2^2) - 2x_1x_2 - x_1(x_1 - x_1 - x_2) \\ &= (x_1^2 + x_2^2) - 2x_1x_2 + x_1x_2 = (x_1^2 + x_2^2) - x_1x_2 = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1 = \frac{2026}{2026} > \frac{2025}{2026}. \end{aligned}$$

Bài 3.

a)

Tần số	5	7	9	4	N = 25
Tần số tương đối	20%	28%	44%	16%	

Cột 1: $\frac{5}{25} \cdot 100\% = 20\%$ nên đúng.

Cột 2: $\frac{7}{25} \cdot 100\% = 28\%$ nên đúng.

Cột 3: $\frac{9}{25} \cdot 100\% = 36\% \neq 44\%$ nên sai.

Cột 4: $\frac{4}{25} \cdot 100\% = 16\%$ nên đúng.

b) Ta có: $\Omega = \{(5; 6); (6; 5); (5; 8); (8; 5); (5; 9); (9; 5); (6; 8); (8; 6); (6; 9); (9; 6); (8; 9); (9; 8)\}$ nên $n(\Omega) = 12$.

Vì lấy ngẫu nhiên 1 tấm thẻ nên các kết quả của không gian mẫu là đồng khả năng.

Biến cố T: “Tích các số ghi trên hai tấm thẻ là số lẻ” suy ra có 02 kết quả thuận lợi: $T = \{(5; 9); (9; 5)\}$.

Do đó: $P(T) = \frac{n(T)}{n(\Omega)} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

Biến cố M : “Tổng các số ghi trên hai tấm thẻ là số nguyên tố” suy ra có 06 kết quả thuận lợi:

$$M = \{(5;6); (6;5); (5;8); (8;5); (8;9); (9;8)\}.$$

$$\text{Do đó: } P(M) = \frac{n(M)}{n(\Omega)} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}.$$

Bài 4.

a) Thể tích lòng bể là $V_1 = \pi r^2 h \approx 3,14 \cdot 1,1^2 \cdot 1,66 = 6,307004 \text{ m}^3 = 6307,004 \text{ l}$

Vậy bể chứa được nhiều nhất khoảng 6307 l nước.

b) Thể tích bê tông là $V_2 - V_1 = \pi R^2 h' - \pi r^2 h$
 $\approx 3,14 \left[(1,1 + 0,1)^2 \cdot (1,66 + 0,04) - 1,1^2 \cdot 1,66 \right]$
 $\approx 1,379716 \text{ m}^3$

Số tiền mua bê tông khoảng $1,379716 \cdot 1050000 \approx 1448702$ đồng < 1500000 đồng nên anh Huy đủ tiền mua bê tông tươi để làm bể nước trên.

Bài 5.

Gọi x (mét) là bề rộng của lối đi dạo bao quanh khu vườn.

(Điều kiện: $0 < x < \frac{15}{2} = 7,5$)

Chiều dài của phần lối khu vườn: $20 - 2x$ (m)

Chiều rộng của phần lối khu vườn: $15 - 2x$ (m)

Theo bản thiết kế, diện tích phần lối bằng 150 m^2 , ta có phương trình:

$$\begin{aligned} (20 - 2x)(15 - 2x) &= 150 \\ 300 - 40x - 30x + 4x^2 &= 150 \\ 4x^2 - 70x + 150 &= 0 \\ 2x^2 - 35x + 75 &= 0 \end{aligned}$$

Giải phương trình trên ta được: $x = 15$ (loại vì $x < 7,5$); $x = 2,5$ (nhận)

Do đó, bề rộng của lối đi dạo xung quanh khu vườn sinh thái theo thiết kế là 2,5 m.

Bài 6.

a) Hàm số tổng chi phí $C(x)$ bao gồm chi phí cố định và chi phí biến đổi (gia công sản phẩm):

$$C(x) = 150000000 + 65000x \text{ đồng}$$

Hàm số tổng doanh thu $R(x)$ bằng số lượng sản phẩm bán ra nhân với giá bán.

$$R(x) = 120000x \text{ đồng}$$

Để công ty bắt đầu hoà vốn thì tổng doanh thu phải bằng tổng chi phí, nghĩa là:

$$R(x) = C(x)$$

$$120000x = 150000000 + 65000x$$

$$55000x = 150000000$$

$$x = \frac{150000000}{55000} \approx 2727, (27)$$

Vậy công ty cần sản xuất và bán ra ít nhất 2728 bình giữ nhiệt mỗi tháng để không bị lỗ.

b) Gọi $y (y \in \mathbb{N}^*)$ là số lượng bình giữ nhiệt siêu thị cần đặt hàng.

$$\text{Giá bán sỉ của bình: } 120000 \cdot (100\% - 15\%) = 102000 \text{ đồng}$$

Lợi nhuận gộp trên mỗi bình bán sỉ: (Giá bán sỉ) – (Chi phí gia công 1 bình)

$$102000 - 65000 = 37000 \text{ đồng}$$

Tổng lợi nhuận ròng từ hợp đồng:

Lợi nhuận ròng = (Tổng lợi nhuận gộp từ y bình) – (Chi phí khuôn in mới)

nên $L(y) = 37000y - 28500000$ (đồng)

Vì lợi nhuận ròng phải đạt ít nhất 40000000 đồng nên ta có bất phương trình:

$$37000y - 28500000 \geq 40000000$$

$$37000y \geq 68500000$$

$$y \geq \frac{68500000}{37000} = 1851,351$$

Vậy công ty cần yêu cầu siêu thị đặt hàng với số lượng tối thiểu là 1852 bình để đáp ứng được biên độ lợi nhuận đề ra.

Bài 7.

a) Ta có: $\widehat{ACM} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Xét $\triangle AEC$ và $\triangle ACM$, ta có: $\begin{cases} \widehat{CAM} \text{ chung} \\ \widehat{AEC} = \widehat{ACM} = 90^\circ \end{cases}$

Suy ra $\triangle AEC \sim \triangle ACM$ (góc – góc)

Nên $\frac{AE}{AC} = \frac{AC}{AM}$ hay $AC^2 = AE \cdot AM$

Xét $\triangle ADC$ vuông tại D (do CD là đường cao) nên $\triangle ADC$ nội tiếp đường tròn đường kính AC . (1)

Xét $\triangle AEC$ vuông tại E (do $CE \perp AM$) nên $\triangle AEC$ nội tiếp đường tròn đường kính AC . (2)

Từ (1) và (2) suy ra 4 điểm A, C, E, D cùng thuộc đường tròn đường kính AC .

Do đó, tứ giác $ACED$ nội tiếp.

b) Xét $\triangle ADH$ vuông tại D (do CD là đường cao) nên $\triangle ADH$ nội tiếp đường tròn đường kính AH . (3)

Xét $\triangle AKH$ vuông tại K (do $BK \perp AC$) nên $\triangle AKH$ nội tiếp đường tròn đường kính AH . (4)

Từ (3) và (4) suy ra 4 điểm A, D, H, K cùng thuộc đường tròn đường kính AH .

Do đó, tứ giác $ADHK$ nội tiếp.

Nên $\widehat{BAC} + \widehat{DHK} = 180^\circ$

Mà $\widehat{CED} + \widehat{BAC} = 180^\circ$ (do $ACED$ nội tiếp) (5)

Vậy $\widehat{CED} = \widehat{DHK}$ (vì cùng bù $\widehat{BAC}$).

Vì $A, B, M, C \in (O)$ nên $ABMC$ nội tiếp suy ra $\widehat{BMC} + \widehat{BAC} = 180^\circ$ (6)

Từ (5) và (6) cho ta $\widehat{BMC} = \widehat{CED}$.

Hơn nữa, $\widehat{MBC} = \widehat{MAC}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung MC)

và $\widehat{MAC} = \widehat{EDC}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung EC của $ACED$ nội tiếp)

Suy ra $\widehat{EDC} = \widehat{MBC}$.

Xét $\triangle EDC$ và $\triangle MBC$ có

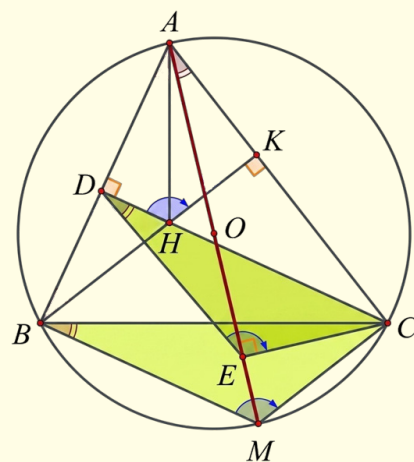
$$\begin{cases} \widehat{BMC} = \widehat{CED} \text{ (cmt)} \\ \widehat{EDC} = \widehat{MBC} \text{ (cmt)} \end{cases}$$

Suy ra $\triangle EDC \sim \triangle MBC$ (góc – góc)

Nên $\frac{ED}{MB} = \frac{DC}{BC}$ hay $DE \cdot BC = DC \cdot BM$. (đpcm)

c) Tứ giác $ADHK$ nội tiếp đường tròn đường kính AH .

Do đó, đường tròn ngoại tiếp $\triangle DHK$ cũng chính là đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ADHK$ nên bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle DHK$ là $\frac{AH}{2}$.



Lại có: $60^\circ = \widehat{BAC} = \frac{1}{2}\widehat{BOC}$ suy ra $\widehat{BOC} = 2 \cdot 60^\circ = 120^\circ$ nên $BC = R\sqrt{3}$.

Xét $\triangle ABC$ có BK, CD là hai đường cao nên H là trực tâm của $\triangle ABC$.

Suy ra AH vuông góc với BC .

Nên $\widehat{HAK} = \widehat{KBC}$ (cùng phụ với $\widehat{BCK}$)

Xét $\triangle AKH$ và $\triangle BKC$ có

$$\begin{cases} \widehat{AKH} = \widehat{BKC} = 90^\circ \\ \widehat{HAK} = \widehat{KBC} \text{ (cmt)} \end{cases}$$

Suy ra $\triangle AKH \sim \triangle BKC$ (góc – góc)

$$\text{Nên } \frac{AK}{BK} = \frac{AH}{BC}$$

$$\text{Xét } \triangle AKB \text{ vuông tại } K \text{ có } \cot \widehat{BAC} = \frac{AK}{BK} = \frac{AH}{BC}.$$

$$\text{Suy ra } AH = BC \cdot \cot \widehat{BAC}.$$

$$\text{Hay } AH = R\sqrt{3} \cdot \cot 60^\circ = R.$$

$$\text{Vậy bán kính đường tròn ngoại tiếp } \triangle DHK \text{ là } \frac{AH}{2} = \frac{R}{2}.$$

Kẻ thêm đường kính CF của (O) .

Ta có: $\widehat{AFC} = \widehat{ABC} = 45^\circ$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung AC)

Xét $\triangle AFC$ vuông tại A (do $\widehat{FAC} = 90^\circ$ góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) có

$$AC = CF \cdot \sin \widehat{AFC} = 2R \cdot \sin 45^\circ = R\sqrt{2}$$

Gọi I là trung điểm của AC , khi đó, I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ACED$.

$$\text{Bán kính đường tròn ngoại tiếp tứ giác } ACED \text{ là } r = \frac{AC}{2} = \frac{R\sqrt{2}}{2}.$$

Xét $\triangle ADC$ vuông tại D có $\widehat{CAD} = 60^\circ$ suy ra $\widehat{ACD} = 30^\circ$.

Góc nội tiếp chắn cung AD là 30° nên góc ở tâm tương ứng là $\widehat{AID} = 2 \cdot 30^\circ = 60^\circ$

và $\widehat{IAD} = 60^\circ$; $IA = ID = r$ nên $\triangle AID$ đều.

$$\text{Vậy } S_{IAD} = \frac{IA^2 \sqrt{3}}{4} = r^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \left(\frac{R\sqrt{2}}{2} \right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{R^2 \sqrt{3}}{8} \quad (7)$$

Lại có: $\widehat{MAC} = \widehat{EAC} = 90^\circ - \widehat{AMC} = 90^\circ - \widehat{ABC} = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$.

Mà góc nội tiếp chắn cung EC là 45° nên góc ở tâm tương ứng $\widehat{EIC} = 2 \cdot 45^\circ = 90^\circ$

Suy ra $\triangle IEC$ vuông tại I

$$\text{Vậy } S_{IEC} = \frac{1}{2} IE \cdot IC = \frac{1}{2} r \cdot r = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{R\sqrt{2}}{2} \right)^2 = \frac{R^2}{4} \quad (8)$$

Hơn nữa, góc ở tâm chắn cung DE là $\widehat{DIE} = 180^\circ - \widehat{AID} - \widehat{EIC} = 180^\circ - 60^\circ - 90^\circ = 30^\circ$

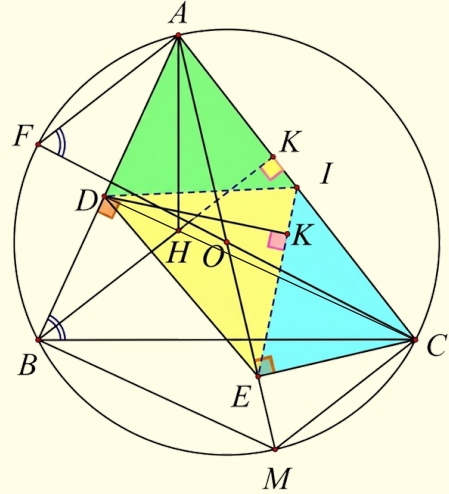
Trong $\triangle IDE$, kẻ thêm đường cao DK ($K \in IE$).

Xét $\triangle IKD$ vuông tại K có $DK = ID \cdot \sin 30^\circ = \frac{1}{2} r$

$$\text{Vậy } S_{IDE} = \frac{1}{2} DK \cdot IE = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} r \cdot r = \frac{1}{4} r^2 = \frac{1}{4} \left(\frac{R\sqrt{2}}{2} \right)^2 = \frac{R^2}{8} \quad (9)$$

Từ (7), (8) và (9) suy ra

$$S_{ACED} = S_{IAD} + S_{IDE} + S_{IEC} = \frac{R^2 \sqrt{3}}{8} + \frac{R^2}{8} + \frac{R^2}{4} = \frac{R^2 (3 + \sqrt{3})}{8}.$$



HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ CUỐI HỌC KÌ II – ĐỀ SỐ 8

Bài 1.

a) Lập bảng giá trị:

x	-2	-1	0	1	2
$y = 2x^2$	8	2	0	2	8

Đồ thị (P) được vẽ như hình.

b) Ta gọi điểm M có dạng $M(x; x+1)$.

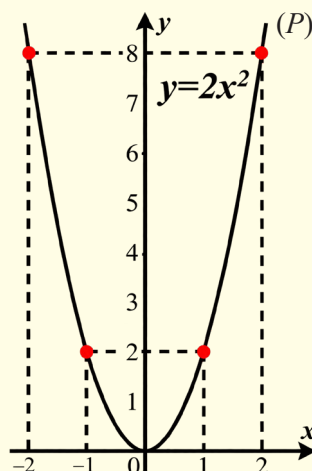
Ta có: $M(x; x+1) \in (P): y = 2x^2$

Nên $x+1 = 2x^2$ hay $2x^2 - x - 1 = 0$

Giải phương trình ta được $x_1 = 1; x_2 = -\frac{1}{2}$.

Suy ra $y_1 = 2; y_2 = \frac{1}{2}$.

Vậy có hai điểm M cần tìm là $(1; 2)$ và $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$



Bài 2.

a) Vì $a \cdot c = 2 \cdot (-3) = -6 < 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt.

b) Theo định lý Viète, ta có: $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{5}{2}$ và $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-3}{2}$.

$$M = \frac{x_1 - 3}{x_2} + \frac{x_2 - 3}{x_1} = \frac{x_1(x_1 - 3) + x_2(x_2 - 3)}{x_1 \cdot x_2} = \frac{x_1^2 - 3x_1 + x_2^2 - 3x_2}{x_1 \cdot x_2}$$

$$= \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 - 3(x_1 + x_2)}{x_1 \cdot x_2} = \frac{\left(\frac{5}{2}\right)^2 - 2 \cdot \frac{-3}{2} - 3 \cdot \frac{5}{2}}{\frac{-3}{2}} = \frac{-7}{6}$$

Bài 3.

a) Tổng số lượt mượn sách trong 5 ngày là: $48 + 42 + 55 + 50 + 45 = 240$ (lượt)

Số lượt mượn sách trung bình mỗi ngày là: $240 : 5 = 48$ (lượt/ngày)

b) Xác suất để một lượt mượn sách là lượt mượn sách tham khảo là: $P = \frac{180}{240} = \frac{3}{4} = 0,75$

Với tổng số lượt mượn dự kiến là 4500 lượt và tỉ lệ mượn sách tham khảo không đổi là 0,75 thì số lượt mượn sách tham khảo dự đoán là $4500 \cdot 0,75 = 3375$ (lượt).

Bài 4.

a) Chiều cao của bộ đỡ là $0,6.1,5 = 0,9$ m

Nên đường kính quả cầu là 0,9 m

Suy ra bán kính quả cầu 0,45 m

Vậy diện tích cần đánh bóng là $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 0,45^2 = \frac{81}{100}\pi \approx 2,54$ m²

b) Số hộp sập cần dùng $\frac{81}{100}\pi : 0,45 = \frac{9}{5}\pi \approx 5,65$

Vì phải mua nguyên hộp nên ta cần mua ít nhất 6 hộp.

Số tiền cần trả là $6 \cdot 180000 = 1080000$ đồng

Bài 5.

a) Diện tích của khu đất là: $36x + \frac{x(x+16)}{2} = \frac{x^2 + 88x}{2} \text{ (m}^2\text{)}$

b) Theo đề ta có diện tích khu đất là: $\frac{27000000}{25000} = 1080 \text{ m}^2$

Ta có phương trình $\frac{x^2 + 88x}{2} = 1080$

$$x^2 + 88x - 2160 = 0$$

Giải ra ta được $x_1 = 20$ (nhận) và $x_2 = -108$ (loại)

Vậy $x = 20$.

Bài 6.

a) Gọi diện tích khu nghỉ dưỡng là x (ha) và diện tích khu bảo tồn là y (ha). ($x > 0, y > 0$)

Vì tổng diện tích hai khu là 90 ha nên ta có $x + y = 90$ (1)

Vì ba lần diện tích khu nghỉ dưỡng cộng với diện tích khu bảo tồn bằng 150 ha, ta có

$$3x + y = 150 \text{ (2)}$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 90 \\ 3x + y = 150 \end{cases}$

Giải hệ phương trình trên ta được $\begin{cases} x = 30 \\ y = 60 \end{cases}$ (nhận).

Vậy diện tích khu nghỉ dưỡng là 30 ha và khu bảo tồn là 60 ha.

b) Lượng khách thực tế ở khu nghỉ dưỡng là: $30 \cdot 95 \cdot 90\% = 2565$ khách

Lượng khách thực tế ở khu bảo tồn là: $60 \cdot 12 \cdot 90\% = 648$ khách

Doanh thu dự kiến của khu nghỉ dưỡng là: $2565 \cdot 680000 = 1744200000$ đồng

Doanh thu dự kiến của khu bảo tồn là: $648 \cdot 210000 = 136080000$ đồng

Tổng doanh thu hai khu là $1744200000 + 136080000 = 1880280000$ đồng.

Bài 7.

a) $\triangle ABO$ vuông tại B (vì AB là tiếp tuyến)

Suy ra 3 điểm A, B, O thuộc đường tròn đường kính AO (1)

$\triangle ACO$ vuông tại C (vì AC là tiếp tuyến)

Suy ra 3 điểm A, C, O thuộc đường tròn đường kính AO (2)

Từ (1) và (2) suy ra tứ giác $ABOC$ nội tiếp đường tròn đường kính AO .

Ta có $AB = AC$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) và $OB = OC = R$.

Suy ra OA là trung trực của BC nên $AO \perp BC$.

b) * Chứng minh tương tự ta được các tứ giác $ABOH, AOC H$ nội tiếp đường tròn đường kính AO .

Ta có $\widehat{BAO} = \widehat{CAO}$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

$\widehat{BAO} = \widehat{BHO}$ (cùng chắn cung BO)

$\widehat{CAO} = \widehat{CHO}$ (cùng chắn cung CO)

Do đó $\widehat{BHO} = \widehat{CHO}$.

Vậy HO là phân giác $\widehat{BHC}$.

* Xét $\triangle CDO$ và $\triangle ACO$ có $\widehat{O}$ chung và $\widehat{CDO} = \widehat{OCA} = 90^\circ$.

Nên $\triangle CDO \sim \triangle ACO$ (góc – góc)

$$\text{Do đó } \frac{CO}{AO} = \frac{DO}{CO} \text{ hay } AO \cdot DO = OC^2 = R^2 \quad (3)$$

Xét $\triangle IDO$ và $\triangle AHO$ có $\widehat{O}$ chung và $\widehat{ODI} = \widehat{OHA} = 90^\circ$

Nên $\triangle IDO \sim \triangle AHO$ (góc – góc)

$$\text{Do đó } \frac{IO}{AO} = \frac{DO}{HO} \text{ hay } IO \cdot HO = AO \cdot DO \quad (4)$$

Từ (3) và (4) suy ra $IO \cdot HO = R^2$

c) Áp dụng định lý Pythagore cho $\triangle ABO$ vuông tại B:

$$AB = \sqrt{AO^2 - BO^2} = \sqrt{4R^2 - R^2} = R\sqrt{3}$$

Ta có $\sin \widehat{BAO} = \frac{BO}{AO} = \frac{R}{2R} = \frac{1}{2}$ suy ra $\widehat{BAO} = 30^\circ$.

Xét $\triangle ABD$ vuông tại D:

$$BD = AB \cdot \sin \widehat{BAD} = R\sqrt{3} \cdot \sin 30^\circ = \frac{R\sqrt{3}}{2}$$

$$AD = AB \cdot \cos \widehat{BAD} = R\sqrt{3} \cdot \cos 30^\circ = R\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3R}{2}$$

Xét $\triangle AOH$ vuông tại H: $AH = \sqrt{AO^2 - OH^2} = \sqrt{4R^2 - x^2}$

Ta có $IO \cdot HO = R^2$ suy ra $IO = \frac{R^2}{HO} = \frac{R^2}{x}$

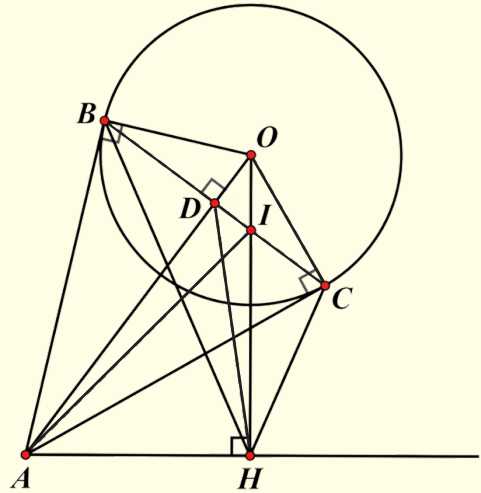
Vì $\triangle IDO \sim \triangle AHO$ (góc – góc) nên

$$\frac{ID}{AH} = \frac{IO}{AO} \text{ suy ra } ID = \frac{IO \cdot AH}{AO} = \frac{\frac{R^2}{x} \cdot \sqrt{4R^2 - x^2}}{2R} = \frac{R\sqrt{4R^2 - x^2}}{2x}$$

$$\text{Do đó } BI = BD + ID = \frac{R\sqrt{3}}{2} + \frac{R\sqrt{4R^2 - x^2}}{2x} = \frac{R(x\sqrt{3} + \sqrt{4R^2 - x^2})}{2x}$$

Vậy diện tích $\triangle ABI$ là

$$\frac{1}{2} BI \cdot AD = \frac{1}{2} \cdot \frac{R(x\sqrt{3} + \sqrt{4R^2 - x^2})}{2x} \cdot \frac{3R}{2} = \frac{3R^2(x\sqrt{3} + \sqrt{4R^2 - x^2})}{8x}.$$



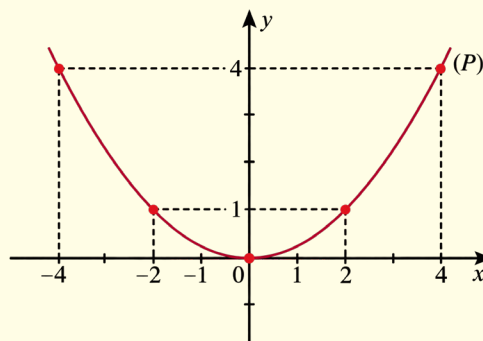
HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ CUỐI HỌC KÌ II – ĐỀ SỐ 9

Bài 1.

a) Lập bảng giá trị:

x	-4	-2	0	2	4
$y = \frac{x^2}{4}$	4	1	0	1	4

Đồ thị (P) được vẽ như hình.



b) Vì điểm M có tung độ bằng 2 lần hoành độ nên tọa độ điểm M có dạng: $M(x; 2x)$.

Mà điểm M thuộc (P) nên thay tọa độ vào $y = \frac{x^2}{4}$, ta được:

$$2x = \frac{x^2}{4}$$

$$\frac{x^2}{4} - 2x = 0$$

$$x = 0 \text{ (loại) hoặc } x = 8$$

Vậy $M(8; 16)$.

Bài 2.

a) Vì $a \cdot c = 4 \cdot (-3) = -12 < 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt.

b) Theo định lý Viète, ta có: $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{-12}{4} = -3$ và $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-3}{4}$

$$A = x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2) = (-3)^3 - 3 \cdot \frac{-3}{4} \cdot (-3) = \frac{-135}{4}$$

Bài 3.

a) Tổng số học sinh tham gia là: $24 + 30 + 36 + 30 = 120$ học sinh.

$$\text{Xác suất để học sinh được chọn thuộc khối 8 là: } P = \frac{36}{120} = \frac{3}{10}.$$

b) Số học sinh tham gia Câu lạc bộ STEM trung bình của mỗi khối lớp: $120 : 4 = 30$ học sinh

Tỉ lệ học sinh tiếp tục tham gia Câu lạc bộ STEM của trường trung học cơ sở X dựa trên cuộc khảo sát

$$\text{là: } \frac{78}{120} = 0,65.$$

Số học sinh được dự đoán sẽ tiếp tục tham gia Câu lạc bộ STEM của trường trung học cơ sở Y trong năm học tới là $100 \cdot 0,65 = 65$ học sinh.

Bài 4.

a) Chiều cao của hình trụ là $2 \cdot 3 = 6$ m

Diện tích toàn phần của silo là

$$2\pi rh + \pi r^2 + \pi rl = 2\pi \cdot 3 \cdot 6 + \pi \cdot 3^2 + \pi \cdot 3 \cdot 5 = 60\pi \approx 188,5 \text{ m}^2$$

b) Thể tích hình trụ là: $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 3^2 \cdot 6 = 54\pi \text{ m}^3$

Chiều cao của hình nón là: $\sqrt{5^2 - 3^2} = 4$ m

$$\text{Thể tích nón là: } \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 3^2 \cdot 4 = 12\pi \text{ m}^3$$

Nên thể tích của silo là: $54\pi + 12\pi = 66\pi \approx 207,3 \text{ m}^3$

Số lượng ngũ cốc có thể chứa trong silo là: $66\pi \cdot 650 = 42900\pi \approx 134774,3 \text{ kg}$

Bài 5.

a) Chiều dài của khu điều hành là: $40 - x - 9 = 31 - x \text{ (m)}$

Chiều rộng của khu điều hành là: $30 - x \text{ (m)}$

Diện tích của khu điều hành là: $(31 - x)(30 - x) \text{ (m}^2\text{)}$

b) Diện tích của khu vực để xe là: $1200 - (31 - x)(30 - x) = -x^2 + 61x + 270 \text{ m}^2$

Ta có phương trình $-x^2 + 61x + 270 = 1180$

$$-x^2 + 61x - 910 = 0$$

Giải ra ta được $x_1 = 26$ và $x_2 = 35$

Theo các số liệu như hình vẽ thì $x < 30$, nên nhận $x = 26$

Vậy $x = 26$.

Bài 6.

a) Gọi số bình loại 750 ml là a (chiếc) ($a \in \mathbb{N}^*$)

Khi đó số bình loại 500 ml là $a + 30$ (chiếc)

Vì tổng số bình là 150 nên $a + (a + 30) = 150$ suy ra $a = 60$.

Vậy số bình loại 750 ml là 60 (chiếc)

Số bình loại 500 ml là $60 + 30 = 90$ (chiếc).

b) Gọi x (đồng) là giá bán một bình loại 500 ml.

y (đồng) là giá bán một bình loại 750 ml. (Điều kiện $x > 0, y > 0$)

Vì giá bình 750 ml cao hơn bình 500 ml là 30 000 đồng nên ta có phương trình

$$y - x = 30000 \quad (1)$$

Do bán được 90 bình loại 500 ml; 60 bình loại 750 ml và tổng số tiền thu được là 22 500 000 đồng nên ta có phương trình

$$90x + 60y = 22500000 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} -x + y = 30000 \\ 90x + 60y = 22500000 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình trên ta được
$$\begin{cases} x = 138000 \\ y = 168000 \end{cases} \text{ (nhận).}$$

Vậy số tiền mua loại 500 ml là 138 000 đồng và loại 750 ml là 168 000 đồng.

Bài 7.

a) * Xét $\triangle OHB$ vuông tại O nên O, H, B thuộc đường tròn đường kính HB (1)

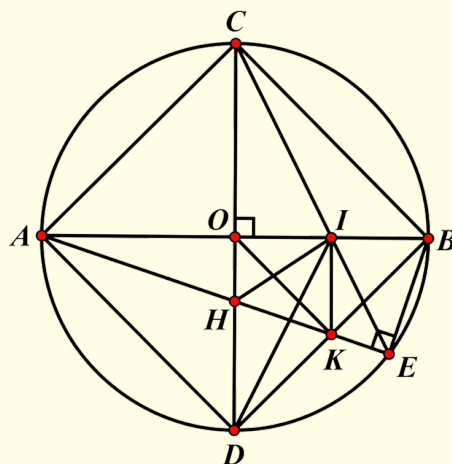
Ta có $\widehat{AEB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Nên $\triangle HEB$ vuông tại E .

Suy ra H, E, B thuộc đường tròn đường kính HB (2)

Từ (1) và (2) suy ra tứ giác $OHEB$ là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính HB .

* Ta có $\widehat{sđ AC} = \widehat{sđ CB} = 90^\circ$ (vì hai đường kính vuông góc với nhau)



Nên $\widehat{AEC} = \widehat{CEB}$ suy ra EI là phân giác của $\widehat{AEB}$ do đó $\frac{IB}{IA} = \frac{BE}{AE}$.
 Vậy $IB \cdot AE = IA \cdot BE$.

b) * Ta có $s\widehat{AD} = s\widehat{CB} = 90^\circ$ (vì hai đường kính vuông góc với nhau)

Nên $\widehat{CAI} = \widehat{ACH}$ (3)

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \widehat{CIO} &= 180^\circ - \widehat{CIB} = 180^\circ - (180^\circ - \widehat{ICB} - \widehat{CBI}) = \widehat{ICB} + \widehat{CBI} \\ &= \frac{1}{2} s\widehat{BE} + \frac{1}{2} s\widehat{AC} = \frac{1}{2} s\widehat{BE} + 45^\circ \end{aligned}$$

$$\text{Mà } \widehat{CAH} = \frac{1}{2} s\widehat{CB} + \frac{1}{2} s\widehat{BE} = 45^\circ + \frac{1}{2} s\widehat{BE}$$

Nên $\widehat{CIO} = \widehat{CAH}$ (4)

Từ (3) và (4) suy ra $\Delta AIC \sim \Delta CAH$ (góc - góc)

* Xét ΔAOH và ΔAEB có $\widehat{A}$ chung và $\widehat{AOH} = \widehat{AEB} = 90^\circ$

Nên $\Delta AOH \sim \Delta AEB$ (góc - góc)

$$\text{Suy ra } \frac{AO}{AE} = \frac{OH}{EB} \text{ hay } \frac{OH}{AO} = \frac{EB}{AE}$$

$$\text{Mà } \frac{IB}{IA} = \frac{BE}{AE} \text{ (cmt)}$$

$$\text{Do đó } \frac{OH}{AO} = \frac{IB}{IA} = \frac{\frac{R}{2}}{\frac{3R}{2}} = \frac{1}{3} \Rightarrow OH = \frac{1}{3} OA = \frac{1}{3} OD$$

Mặt khác trong ΔADB có OD là đường trung tuyến.

Nên H là trọng tâm ΔADB .

Suy ra AH cắt BD tại trung điểm của BD . (5)

Trong ΔODB cân tại O (vì $OB = OD = R$)

Có OK là đường cao đồng thời cũng là trung tuyến.

Nên K là trung điểm của BD . (6)

Từ (5) và (6) suy ra A, H, K thẳng hàng.

c) * Ta có $AC = \sqrt{CO^2 + AO^2} = \sqrt{R^2 + R^2} = R\sqrt{2}$

$$\text{Vì } \Delta AIC \sim \Delta CAH \text{ nên } \frac{AC}{CH} = \frac{AI}{AC} \text{ hay } AI \cdot CH = AC^2 = 2R^2$$

$$\text{Nên diện tích tứ giác } ACIH \text{ là } \frac{1}{2} AI \cdot CH = \frac{1}{2} 2R^2 = R^2$$

* Xét ΔIBE và ΔICA có

$$\widehat{CIA} = \widehat{BIE} \text{ (đối đỉnh)}$$

$$\widehat{IEB} = \widehat{CAI} \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung } CB)$$

Nên $\Delta IBE \sim \Delta ICA$ (góc - góc)

$$\text{Suy ra } \frac{BE}{CA} = \frac{IB}{IC} \text{ hay } BE = \frac{CA \cdot IB}{IC}$$

$$\text{Ta lại có } IC = \sqrt{CO^2 + OI^2} = \sqrt{R^2 + \frac{1}{4}R^2} = \sqrt{\frac{5R^2}{4}} = \frac{R\sqrt{5}}{2}$$

$$\text{Vậy } BE = \frac{CA \cdot IB}{IC} = \frac{R\sqrt{2} \cdot \frac{R}{2}}{\frac{R\sqrt{5}}{2}} = \frac{R\sqrt{10}}{5}$$